KF
6526
NEDL TRANSFER
HN 672Y 3

LOGISCHE STUDIEN.

LOGISCHE STUDIEN.

EIN BEITRAG
ZUR NEUBEGRÜNDUNG DER FORMALEN LOGIK
UND DER ERKENNTNISSTHEORIE

VON

FRIEDRICH ALBERT LANGE.

ISERLOHN.
VERLAG VON J. BAEDEKER.
1877.

VORWORT.

Mit der Herausgabe des vorliegenden Werkes erfülle ich einen Auftrag, den der verewigte Verfaſſer mir anvertraut hat.

Die Schrift iſt druckfertig von dem Verfaſſer mir übergeben worden. In ſeinem Nachlaſſe fand ſich ein Zettel, auf welchem die nachſtehende Inhaltsangabe des zweiten Theils verzeichnet war, den er nicht mehr bearbeiten ſollte.

II. Theil.

VII. Zur Pſychologie des Denkens.
VIII. Grammatik u. Logik.
IX. Die Induction.
X. Die numeriſche Methode und das Geſetz der gr. Zahlen.
XI. Die hiſtor. krit. Methode.
XII. Idee einer vergleichenden Methodologie der Wiſſenſchaft.
Eventueller Anhang:
Ueber Wahlen und Abſtimmung.

Ich habe bereits an anderem Orte berichtet, daſs dieſes Fragment drei Wochen vor des Verfaſſers Tode vollendet worden iſt. Es iſt jedoch vor der Bearbeitung der zweiten Auflage ſeiner »Geſchichte des Materialismus« begonnen worden, und die Grundzüge deſſelben ſind als die langſam gereifte Frucht früh entworfener Gedanken anzuſehen, welche die ganze Lebensarbeit des Mannes durchzogen haben. Es wird daher den Freunden ſeines Haupt-

werkes der ſicherſte Rathgeber werden in Fragen, welche an die ſyſtematiſchen Anſichten des hiſtoriſchen Kritikers ergehen. Zugleich aber wird es unter den fachgenöſſiſchen Beſtrebungen zur Reform der Logik einen Platz behaupten, würdig des Namens, den FRIEDRICH ALBERT LANGE hinterlaſſen hat.

Marburg, im December 1876.

H. Cohen.

INHALT.

I. Formale Logik und Erkenntnisslehre 1
II. Die Modalität der Urtheile 30
III. Das particulare Urtheil und die Lehre von der Umkehrung der Urtheile . 55
IV. Die Syllogiſtik 74
V. Das disjunctive Urtheil und die Elemente der Wahrſcheinlichkeitslehre . 99
VI. Raum, Zeit und Zahl 127

I.

Formale Logik und Erkenntnisslehre.

Man wird mit der Frage der Berechtigung einer ſtreng formalen Logik gegenüber der Logik als Erkenntniſstheorie*) nie in's Reine kommen, ſo lange man beide einander ſchlechthin gegenüberſtellt und ihren Werth für die Geſammtaufgabe der Philoſophie vergleicht, als hätte man lediglich zwiſchen beiden zu wählen. Vielmehr handelt es ſich darum, beide Aufgaben in ihrer Eigenthümlichkeit zu erfaſſen und dabei wird die Frage in den Vordergrund treten: Hat die Wiſſenſchaft von dem Verſuch einer abgeſonderten Behandlung der rein formalen Elemente der Logik eine weſentliche Förderung zu erwarten oder nicht? Fällt die Antwort auf dieſe Frage bejahend aus, ſo iſt damit über die Zweckmäſsigkeit einer andern Behandlung der Logik noch nichts entſchieden, ſowie anderſeits der Nachweis der Zweckmäſsigkeit einer Logik als Erkenntniſstheorie auf die hier geſtellte Frage keinen Einfluſs üben kann, ſo lange man rein auf dem Boden der theoretiſchen Forſchung bleibt und didaktiſche Rückſichten bei Seite läſst.

Allerdings iſt die Aufgabe einer ſtreng formalen Logik unzertrennlich von einer Kritik der überlieferten Logik, in welcher

*) Wir nehmen hier mit Rückſicht auf Trendelenburg und Ueberweg den Ausdruck »Erkenntniſstheorie« im Sinne einer Lehre von der menſchlichen Erkenntniſs, welche ſich auf Logik, Metaphyſik und Pſychologie ſtützt, und alſo kein ſtreng einheitliches Princip hat. Es wird ſich ſpäter zeigen, daſs dieſe Wiſſenſchaft aufzulöſen iſt in die (Kantiſche) rein apriori verfahrende Aufſuchung der Poſtulate, welche das Erkennen vorausſetzt, und in die pſychologiſche Lehre vom Erkennen, welche empiriſcher Natur iſt. Beide Zweige der Wiſſenſchaft ſetzen eine genaue Unterſuchung der logiſchen Formen voraus.

ſeit Ariſtoteles die rein logiſchen Elemente mit Grammatiſchem und Metaphyſiſchem ſo eng verbunden ſind, daſs ſich auch die bisherigen Verſuche einer rein formalen Logik von dieſer Verbindung nicht haben befreien können. Eine Zerſetzung der überlieferten Logik würde alſo die unmittelbare Folge und zum Theil auch die Vorbedingung der Aufſtellung einer rein formalen Logik ſein; denn, die Wirklichkeit einer ſolchen vorausgeſetzt, müſste ihre erſte Aufgabe darin beſtehen, das Nichtlogiſche in dem überlieferten Stoff der Logik nachzuweiſen, damit es auf ſeine wahren Quellen zurückgeführt und in ſeiner eigenthümlichen Natur erkannt werden könne. Eine ſolche Zerſetzung wäre aber keineswegs einer definitiven Sonderung gleich zu achten, denn abgeſehen davon, daſs auch auf dem neuen Boden eine parallele Behandlung des Logiſchen, Grammatiſchen und Metaphyſiſchen in der Erkenntniſslehre fruchtbar ſein könnte, läſst ſich nicht beſtreiten, daſs eine beſonnene und umſichtige Behandlung der Logik als Erkenntniſslehre auch ihrerſeits für die Erkenntniſs des rein Logiſchen und ſeiner Beziehungen zur Grammatik und Metaphyſik förderlich ſein und den Proceſs einer principiellen Sonderung des Verſchiedenartigen durch die Beobachtung ſeiner Wechſelbeziehungen und ſeines Ineinandergreifens weſentlich erleichtern kann.

In dieſer Beziehung dürfte z. B. Ueberwegs Behandlung der Logik dem Problem einer rein formalen Logik förderlicher ſein, als die Bemühungen der Kant'ſchen Schule, eine rein formale Logik aufzuſtellen, ohne die ariſtoteliſche Ueberlieferung einer gründlichen Kritik zu unterwerfen; denn während wir bei Ueberweg einerſeits die rein formalen Beſtandtheile der Logik mit ungewöhnlichem Scharfſinn und formaler als bei den meiſten Formaliſten behandelt finden, ſehen wir unmittelbar daneben eine ſo weit gehende Identificirung des Grammatiſchen und des Logiſchen und einen ſo gewagten Uebergang in das Metaphyſiſche durch eine ſinnreiche aber lückenhafte und undurchführbare Entſprechungstheorie, daſs man unwillkürlich zu tief gehenden Vergleichungen zwiſchen den apodiktiſchen und den problematiſchen Elementen eines ſolchen Syſtems geführt wird. Zugleich zeigt ſich leicht, daſs eben in jener Identificirung des Grammatiſchen und Logiſchen eine Hauptquelle alles Streitigen und alſo trotz aller verſuchten »Beweiſe« nicht wahrhaft Apodiktiſchen liegt, und da anderſeits die ſchon von Trendelenburg mit Recht hervorgehobene Stammverwandt-

ſchaft der Grammatik und Logik in ihrem hiſtoriſchen Auftreten über jeden Zweifel erhaben iſt, ſo wird man leicht zu dem Gedanken geleitet, daſs ſchon in den allererſten Anfängen der Logik, grade durch ihre Verwandtſchaft mit der Theorie der menſchlichen Sprache, eine ſtarke Beimiſchung eines Factors enthalten iſt, welcher ſeiner Natur nach keiner apodiktiſchen Behandlung fähig iſt, und welcher daher auch eine reine und allenthalben zweifelfreie Durchführung des Logiſchen nach Art des Mathematiſchen von vorn herein unmöglich macht. Damit aber werden wir veranlaſst, das Meſſer der Kritik weit tiefer anzuſetzen, als es Kant und ſeine Nachfolger, die Herbartſche Schule bei allen ihren Verdienſten nicht ausgenommen, gethan haben. — Ganz gleich verhält es ſich mit den metaphyſiſchen Beſtandtheilen der Logik, doch werden wir ſpäter ſehen, wie beide Beimiſchungen der gleichen Quelle entſtammen: der naiven Verwechslung von Wort, Begriff und Sache, von welcher ſich Ariſtoteles bei allen Anſtrengungen ſeiner groſsen Geiſteskraft nicht völlig loszuringen vermochte.

Ob die Aufgabe der Herſtellung einer ſtreng formalen Logik zuſammenfällt mit der Ausſcheidung des wahrhaft Apodiktiſchen aus dem überlieferten Stoff der Logik, wird von manchen Seiten bezweifelt werden, allein nicht jeder hierauf bezügliche Zweifel darf auf Widerlegung Anſpruch machen, und andre Einwendungen wieder giebt es, die deshalb auf ſich beruhen mögen, weil es im Grunde gleichgültig iſt, ob das Ergebniſs einer übrigens richtig geführten Unterſuchung der urſprünglichen Vermuthung entſpricht, oder nicht.

Vor allen Dingen mag bemerkt werden, daſs wir als das wahrhaft Apodiktiſche in einer Wiſſenſchaft nicht Alles gelten laſſen, was ſich auf vorgebliche »Beweiſe« ſtützt, ſondern nur dasjenige, welches Jedermann, der den Sinn der betreffenden Behauptungen verſtanden hat, auch wirklich zugeben muſs und zugiebt; das alſo, worüber kein Streit mehr ſein kann. Hier muſs nun ein für allemal der Anſpruch der Metaphyſiker, ohne jeden Unterſchied der Richtung und Schule definitiv abgewieſen werden, daſs es ſich mit ihren Deductionen ebenſo verhalte, daſs der Widerſpruch andrer Schulen nur auf Mangel an Verſtändniſs, wo nicht gar auf Mangel an gutem Willen beruhe, daſs nur die Schwierigkeit und Tiefſinnigkeit der Sache die ſofortige allgemeine Zuſtimmung unmöglich mache, oder gar, daſs man ſich erſt ein in ſechs dicken

Bänden niedergelegtes Syſtem ganz und gar müſſe zu eigen gemacht haben, um alsdann, vom Ganzen zum Einzelnen zurückkehrend, die Bündigkeit jedes Schluſſes bewundernd anerkennen zu können. Solche Anſprüche verkennen die Natur des Apodiktiſchen ganz und gar. Auch in der Mathematik giebt es Gebiete, über welche Niemand mitreden kann, der ſich nicht durch jahrelanges Studium darauf vorbereitet hat; aber es redet auch wirklich kein Unberufener darüber mit; noch viel weniger fällt es Jemanden ein, das mühſame Studium durch Schöpfung einer eigenen Mathematik nach ganz andern Grundſätzen ſich zu erſparen. Der Grund iſt, wie auf der Hand liegt, der Einblick in die Unmöglichkeit einer andern Mathematik, welchen Jeder ſchon bei der Behandlung der erſten Elemente gewinnt, und das Zutrauen in die Conſequenz ihrer Methode und die Sicherheit ihres Fortganges vom Einfachen zum Zuſammengeſetzten. Dergleichen vermag keine Metaphyſik zu bieten, die Kant'ſche Vernunftkritik nicht ausgenommen, wiewohl dieſe unter billiger Verurtheilung aller bisherigen Metaphyſik einen vermeintlich ebenſo ſichern als neuen Weg zur Entdeckung allgemeiner Vernunftwahrheiten einſchlägt. Es fehlt hier überall ſchon den erſten Sätzen, von denen aus weiter geſchloſſen wird, jene Evidenz, welche dem wahrhaft Apodiktiſchen eigen iſt, und der kritiſche Widerſpruch des einen Metaphyſikers gegen den andern iſt vollkommen genügend, um uns zu zeigen, daſs bei keinem von beiden ſich wahrhaft nothwendige Annahmen und zwingende Schluſsfolgerungen finden.

Wir ſtellen hiermit ſo wenig den Werth der Metaphyſik überhaupt, als den einer ſpeziellen Kritik der metaphyſiſchen Syſteme in Abrede, aber wir behaupten, daſs der etwaige Werth eines metaphyſiſchen Syſtems nicht in ſeiner vermeintlich zwingenden Deduction liegt, und daſs die philoſophiſche Kritik ihre wahre Aufgabe nicht darin hat, zu zeigen, daſs die ſämmtlichen Syſteme unhaltbar ſind, ſondern wie ſie zu ihren Irrthümern kommen und wo die ſchwächſten Punkte liegen. Dabei wird die poſitive Kritik, gleich der Geſchichte der Philoſophie, zugleich die Aufgabe haben, die wahre Bedeutung eines Syſtems für den Culturfortſchritt nachzuweiſen. Dieſe Bedeutung hat noch nie ein beſonnener Kritiker in der unwiderleglichen Richtigkeit eines Syſtems gefunden, ſo unermüdlich auch die Metaphyſiker wieder einer nach dem andern den Anſpruch auf ſolche Unwiderleglichkeit erheben.

Wie ſehr die Metaphyſiker ſelbſt ein Gefühl davon haben, daſs die wahre Bedeutung ihrer Producte nicht in der apodiktiſchen Gültigkeit der Lehrſätze liegt, zeigt der eigenthümliche Umſtand, daſs die Anhänger geſchloſſener Syſteme, ungeachtet des ſchroffſten Widerſpruchs ihrer Lehren, doch mehr miteinander ſympathiſiren, als mit den Indifferenten und Skeptikern. Die gleiche Erſcheinung, wie bei den orthodoxen Anhängern eines Religionsbekenntniſſes. Hier ſpricht ſich deutlich aus, daſs die geſchloſſene Form der Weltanſchauung an ſich das Geſchätzte und die Sicherheit der Deduction nur Aufsenwerk iſt; mit einem Worte, daſs man ſich nicht auf theoretiſchem Boden befindet, wie ſehr auch der Schein hiefür ſprechen möchte. Wir haben es hier nicht damit zu thun, das Streben nach einer geſchloſſenen Weltanſchauung überhaupt zu würdigen; es handelt ſich nur darum, zu zeigen, daſs es in der Metaphyſik das herrſchende iſt, und daſs ihm gegenüber die Sicherheit der Ableitung der Lehren nur eine ſecundäre, wenn auch wichtig erachtete Rolle ſpielt.

Nun aber iſt grade durch Ariſtoteles der Anſpruch aufgekommen und bis heute unter den Metaphyſikern noch keineswegs erloſchen, daſs nur das aus Principien abgeleitete »apodiktiſche« Wiſſen ein wahres Wiſſen ſei, und unter dem apodiktiſchen Wiſſen verſteht man in dieſem Falle keineswegs nur jenes Wiſſen, welches ſo bewieſen iſt, daſs kein geſund organiſirtes menſchliches Hirn daran zweifeln kann, ſondern, kurz geſagt, das Wiſſen vom philoſophiſchen Syſtem aus. »Wiſſenſchaft« iſt nach dem Sprachgebrauch dieſer Kreiſe nur die Umfaſſung des Erkannten mittelſt der Deduction aus Principien; der Empiriker hat kein wirkliches Wiſſen; er liefert nur den Stoff dazu; erſt wenn dieſer Stoff nach den Grundſätzen des Syſtems geordnet und gegliedert iſt, entſteht wirkliches Wiſſen und Wiſſenſchaft.

Während dieſer Anſpruch bei Ariſtoteles noch naiv erſcheinen konnte und auf einer offenbaren Verwechslung des metaphyſiſchen Beweiſes mit dem wirklich zwingenden Beweiſe beruhte, geht die neuere deutſche Philoſophie noch einen kühnen Schritt weiter. Würde nämlich die Identität der philoſophiſchen Deduction mit dem zwingenden Beweisverfahren, wie wir es in der Mathematik am reinſten vor uns haben, wirklich feſtgehalten, ſo könnte jeder Philoſoph offenbar nur ſich ſelbſt und ſeinen unbedingt gläubigen Schülern wirkliches Wiſſen und Wiſſenſchaft zuſchreiben; denn

einem andern Syſtem, deſſen Schluſsfolgerungen er als unrichtig anſieht, vermöchte er doch nimmermehr apodiktiſche Erkenntniſs zuzuſchreiben, da ja das falſch Bewieſene gar nicht bewieſen iſt. Dieſe Conſequenz aber wird nicht gezogen und darin zeigt ſich eine Umgeſtaltung der Begriffe von Wiſſen, Wiſſenſchaft, Beweis und Deduction, deren Tragweite eine ſehr ernſte iſt. Der Hegelianer ſchreibt zwar dem Herbartianer ein unvollkommneres Wiſſen zu als ſich ſelbſt, und umgekehrt; aber keiner nimmt Anſtand, das Wiſſen des Andern gegenüber dem des Empirikers als ein höheres und wenigſtens als eine Annäherung an das allein wahre Wiſſen anzuerkennen. Es zeigt ſich alſo, daſs hier von der Bündigkeit des Beweiſes ganz abgeſehen und ſchon die bloſse Darſtellung in Form der Deduction aus dem Ganzen eines Syſtems heraus als »apodiktiſches« Wiſſen anerkannt wird.

Was wir hier hervorgehoben, darf keineswegs mit dem ferneren Anſpruch einzelner neueren Syſteme, ſelbſt das Poſitive und Thatſächliche aus der bloſsen Formel hervorgehen zu laſſen, verwechſelt werden. Wir bleiben bei dem ungleich beſonneren Standpunkt des Ariſtoteles ſtehn, der nicht nur die Principien ſelbſt, aus denen wir ſchlieſsen müſſen, aus der Induction hervorgehen läſst, ſondern auch allenthalben die ausgedehnteſte empiriſche Kenntniſs des Thatſächlichen als Vorausſetzung des philoſophiſchen Erkenntniſsprozeſſes fordert. Auch von dieſem Standpunkt aus iſt der Anſpruch, daſs erſt der philoſophiſche Erkenntniſsprozeſs das »Wiſſen« nach gewöhnlichem Sprachgebrauch zu wahrem Wiſſen mache, ein koloſſaler: zumal, wenn eben der bloſse Verſuch einer apodiktiſchen Darſtellung, wie wir geſehen haben, an Stelle des wirklichen Beweiſes anerkannt wird. Nach dieſer Forderung der Metaphyſiker hat Faraday kein Wiſſen über den Magnetismus, Meynert kein Wiſſen vom Bau des Gehirns; Helmholtz' Lehre von den Tonempfindungen oder ſeine phyſiologiſche Optik ſind nicht Wiſſenſchaft, weil nicht aus dem φύσει πρότερον deducirt, ſondern aus Experimenten aufgebaut; höchſtens diejenigen Theile, welche ſich ſchon ganz und vollſtändig aus mathematiſchen Principien deduciren laſſen, könnten vielleicht »Wiſſenſchaft« heiſsen; allein die hier vorliegende wirkliche Deduction iſt eben doch noch keine Deduction aus den höchſten (metaphyſiſchen) Principien. Von hiſtoriſcher Wiſſenſchaft, von Philologie als Wiſſenſchaft kann vollends gar keine Rede ſein; wenn aber dann ein Profeſſor der Phi-

lofophie kommt und die dürftigen Bruchftücke, welche er bei den Forfchern gelernt hat, an den Faden eines Syftems reiht und fcheinbar apodiktifch aus metaphyfichen Principien ableitet, dann ift dies »Wiffenfchaft« und »wiffenfchaftliche Behandlung«, und zwar eingeftandner Mafsen ohne allen Anfpruch auf unbedingte Beweiskraft der Schlüffe. In diefer Beziehung hackt eine Krähe der andern die Augen nicht aus. Ein folches »Wiffen« gilt als »apodiktifch« aus dem einfachen Grunde, weil es Theil einer gefchloffenen Weltanfchauung ift, die fich auf metaphyfifche Principien gründet und in ihrem Entwicklungsgang unter mehr oder weniger Willkürlichkeiten und Beweisfehlern die äufsere Form der Deduction beobachtet.

Wir haben an andrer Stelle zu zeigen verfucht, dafs die Philofophie diefen Anfpruch an apodiktifche Geltung ihrer Conftructionen aufgeben kann, ohne irgend etwas von ihrem wahren Werthe zu verlieren; ebenfo wie die Religion ihren Anfpruch an äufsere Wahrheit aufgeben follte, um ihren idealen Inhalt in freier und wandelbarer Form zu behaupten. Hier haben wir mit diefen Fragen nichts zu fchaffen, und felbft die Bemerkung über die Verwirrung, welche man mit jenen Anfprüchen im Begriff der Wiffenfchaft und des wiffenfchaftlichen Verfahrens angerichtet hat, berührt uns nur infofern, als es gut fein mag, fchon hier darauf hinzuweifen, dafs auch dasjenige, was die Forfcher und Entdecker wiffenfchaftliches Verfahren nennen, Anfpruch auf eingehendfte Berückfichtigung in der Erkenntnifstheorie erheben darf. Unfer eigentlicher Zweck ift hier nur, jedem anderweitigen Sprachgebrauch gegenüber mit voller Schärfe dasjenige hinzuftellen, was wir das Apodiktifche in der Logik nennen. Wir verftehn darunter diejenigen Lehren, welche fich, gleich den Lehrfätzen der Mathematik, in abfolut zwingender Weife entwickeln laffen, und welche durch den Beweis ihrer Wahrheit auch wirklich bewiefen und alfo ein für allemal dem Streit der Schulen und dem individuellen Belieben entrückt find.

Dafs die ariftotelifche Logik folche Lehren enthält, wird wohl Niemand beftreiten; aber auch die Thatfache, dafs vorzugsweife diefe den Stoff der »formalen Logik« bilden, dürfte fchwerlich ftark angefochten werden. Damit ift aber noch lange nicht gefagt, dafs die formale Logik das Problem gelöft habe, das Apodiktifche in der überlieferten Logik rein auszufcheiden und da-

mit zugleich den Grund ſeiner Denknothwendigkeit bloſs zu legen. Dies Problem darf nur ausgeſprochen werden, um die Berechtigung eines Löſungsverſuches ganz unabhängig von dem bisherigen Streit zwiſchen formaler Logik und Erkenntniſstheorie klar zu machen. Die bloſse Thatſache des Vorhandenſeins zwingender Wahrheiten iſt eine ſo wichtige, daſs jede Spur derſelben ſorgfältig verfolgt werden muſs. Eine Unterlaſſung dieſer Unterſuchung wegen des geringen Werthes der formalen Logik oder wegen ihrer Unzulänglichkeit als Theorie des menſchlichen Denkens müſste von dieſem Standpunkte aus zunächſt ſchon als Verwechslung theoretiſcher und praktiſcher Zwecke zurückgewieſen werden. Ein ſolcher Einwand wäre etwa ſo anzuſehen, wie wenn ein Chemiker ſich weigern wollte, einen zuſammengeſetzten Körper zu analyſiren, weil derſelbe in ſeinem zuſammengeſetzten Beſtande höchſt werthvoll ſei, während die einzelnen Beſtandtheile vorausſichtlich gar keinen Werth hätten.

Denken wir uns ſonach alle auf dieſem Boden erwachſenen Einwände gegen unſer Unternehmen beſeitigt, ſo bleiben nur noch zwei einigermaſsen beachtenswerthe Bedenken von ſehr verſchiedenem Charakter übrig. Man kann nämlich vom Standpunkt der unbedingten Ariſtoteliker aus behaupten, daſs in der Analytik des Ariſtoteles, von kleineren Verſtöſsen abgeſehen, Alles apodiktiſche Geltung habe; ja, daſs ſogar das metaphyſiſch-logiſche Princip des Ariſtoteles, ſuche man es nun in der Entwicklungslehre von der δύναμις und der ἐνέργεια oder in der Lehre vom »ſchöpferiſchen Begriff«, auch den wahren Grund der Apodikticität der einzelnen Lehren enthalte. Dieſem Einwand iſt nun aber theils ſchon in demjenigen begegnet, was wir oben über apodiktiſche Metaphyſik überhaupt bemerkt haben, theils werden wir ſpäter reichliche Gelegenheit haben, die totale Unhaltbarkeit ſolcher Anſprüche im Einzelnen kennen zu lernen. Der andere Einwand könnte nun umgekehrt im Namen des Urhebers der »formalen Logik« im modernen Sinne erhoben werden. Man könnte ſagen, die Löſung des von uns aufgeſtellten Problems ſei ſehr einfach; ſie liege in der von Kant aufgeſtellten Behauptung, daſs die Lehrſätze der Logik ſämmtlich analytiſcher Art ſeien und auf dem Satz des Widerſpruchs beruhen. Dieſe Behauptung verdient eine eingehende Prüfung.

Bekanntlich erklärte Kant die mathematiſchen Urtheile für

insgesammt synthetisch, wie ihm denn die Mathematik als Hauptbeweis dafür galt, dass es Urtheile gebe, welche synthetisch aber gleichwohl mit dem Bewusstsein der Nothwendigkeit verbunden und also, wie Kant folgert, nicht empirisch seien. Diese Behauptung war neu; denn bis dahin herrschte die Ansicht vor, dass auch die mathematischen Urtheile analytisch seien und auf dem Satz des Widerspruchs beruhen. Diese Ansicht findet bis auf den heutigen Tag. energische Vertheidiger, denen Kant selbst im Grunde durch seine Behauptung von der rein analytischen Natur der formalen Logik die Waffen in die Hand gegeben hat. Es lässt sich in der That zeigen, dass die Natur aller mit Nothwendigkeit geltender Urtheile im Wesentlichen ein und dieselbe ist und daraus folgt, dass sie entweder alle analytisch, oder alle synthetisch sind, oder dass diese Eintheilung im Kantischen Sinne der Ausschliesslichkeit überhaupt nicht richtig ist.

In der That ist das letztere der Fall, und der Grundfehler scheint in der unberechtigten scharfen Trennung von Sinnlichkeit und Verstand zu beruhen, mit welcher Kant ja auch schon in der Lehre von der Synthesis und ihren verschiednen Arten in's Gedränge kommt, da sich zeigt, dass »Anschauung« irgend eines Gegenstandes überhaupt schon nicht ohne Mitwirkung der Spontaneität zu Stande kommen kann. Umgekehrt giebt es auch in den abstractesten Gegenständen kein Denken ohne Anschauung.

Die mathematischen Sätze sollen durch Synthesis a priori mittelst der Anschauung des Raumes zu Stande kommen. Wir wollen zu zeigen versuchen, dass dies auch bei den logischen Lehrsätzen der Fall ist, und dass in dem nämlichen Anschauungsbilde, mit welchem wir dieselben begleiten, für uns das eigentlich Ueberzeugende liegt.

Wählen wir zunächst einen Fall, bei welchem die Ableitung aus dem blossen Satze des Widerspruchs recht evident scheint: die Umkehrung des allgemein verneinenden Urtheils! Aristoteles sagt: (Anal. pr. I, 2.) „*Εἰ μηδενὶ τῶν B τὸ A ὑπάρχει, οὐδὲ τῶν A οὐδενὶ ὑπάρξει τὸ B. Εἰ γάρ τινι, οἷον τῷ Γ, οὐκ ἀληθὲς ἔσται τὸ μηδενὶ τῶν B τὸ A ὑπάρχειν. τὸ γάρ Γ τῶν B τί ἐστιν.*“ Hier haben wir also den reinen Beweis durch den Satz des Widerspruches. Gleichwohl haben wir auch den Hülfsbegriff Γ, welcher in dem zu beweisenden Satze nicht vorhanden war. Die Einführung desselben kann keinen andern Zweck haben, als den der Veranschaulichung

irgend eines beliebigen Theiles der *B*. Dieſe Veranſchaulichung vollziehen wir in der Vorſtellung an einem räumlichen Bilde, und wir werden ſpäter hinlänglich ſehen, daſs die den Raumvorſtellungen eigene unendliche Variabilität der eigentliche Grund dafür iſt, daſs wir hier, ganz wie in den Figuren der Geometrie, das Einzelne ſofort als ein Allgemeines gelten laſſen.

Wir wollen an dies Beiſpiel zunächſt noch einige nützliche Bemerkungen anknüpfen, bevor wir tiefer in die Unterſuchung eintreten. Zunächſt ſehen wir, daſs Ariſtoteles, deſſen Logik doch ſonſt in ſo eminentem Sinne gegenüber der modern-nominaliſtiſchen, beſonders in England heimiſchen Logik des Umfangs als eine Logik des Inhalts bezeichnet werden kann, beim eigentlichen Beweiſe ſeiner Sätze es doch nicht verſchmäht, ſich auf den Umfang der Begriffe zu ſtützen. Die ganze Art, wie das *Γ* eingeführt und nachher in Erinnerung gebracht wird, daſs es zu den *B* gehöre, ſcheint ſogar darauf hinzudeuten, daſs im mündlichen Lehrvortrage ſchon damals ſinnliche Veranſchaulichungsmittel nicht verſchmäht wurden; worunter natürlich nicht grade die angeblich vom Rektor Weiſe (1708) erfundenen Kreiſe als Symbole der Begriffsſphäre verſtanden ſein müſſen. Ludwig Vives wendet in ſeiner Schrift *de cenſura veri* Dreiecke an, um das Schema der Subſumtion durch einen Mittelbegriff zu veranſchaulichen. Im Druck erſcheinen ſtatt der im Text genannten Dreiecke nur Winkel; die dritte Seite fehlt. Wiewohl dies wahrſcheinlich nur die typographiſche Bequemlichkeit mit ſich gebracht hat, ſo ſieht man doch, daſs auch dieſe Darſtellungsweiſe dem Bedürfniſs der Veranſchaulichung ſchon genügt.*) Wenn wir dieſe Unterſtützung der Phantaſie zu Anfang des 16. Jahrhunderts finden und die ſchlichte Art ihrer Einführung bemerken, ſo werden wir ſie kaum für eine Erfindung des ſcharfſinnigen Spaniers halten, ſondern eher für eine Schultradition. Was Ariſtoteles betrifft, ſo kann man die Reductionsweiſe der zweiten und dritten Figur nicht als Beweis dafür gelten laſſen, daſs man zu ſeiner Zeit dieſe ſo nahe liegende Veranſchaulichung nicht gekannt habe. Dieſe Reductionsweiſe hatte für die Auffaſſung des Ariſtoteles principielle Bedeutung, da nach ihm nur die erſte Figur vollkommene Schlüſſe lieferte. Es iſt daher keineswegs anzunehmen, daſs Ariſtoteles, wenn er die ſchema-

*) De cenſura veri, l. II. — Vivis opera ed. Valent. t. III, p. 171. —

tifche Darftellung gekannt hätte, fich derfelben bedient haben würde, um die Schlüffe der zweiten und dritten Figur direct zu begründen. Jedenfalls war Ariftoteles weit entfernt davon, in der Anwendung einer folchen Veranfchaulichung die Beweiskraft feiner Sätze zu finden; was natürlich nicht hindert, dafs eben doch auch bei ihm und feinen Schülern die Anwendung des räumlichen Bildes, fei es in der blofsen Phantafie, fei es mit finnlicher Unterftützung, die eigentliche Quelle des Bewufstfeins der Allgemeinheit und Nothwendigkeit der aufgeftellten Sätze war.

Hieran mag fich nun ferner die Bemerkung fchliefsen, dafs das Verhältnifs der Inhärenz, welches die ganze ariftotelifche Analytik beherrfcht, in den Beweifen der logifchen Lehren durchaus keine Rolle fpielt. Zwar geht Ariftoteles in feiner Syllogiftik, entgegen dem modernen Gebrauch, ftets vom Prädicatsbegriff aus und ftellt die Frage nicht in Beziehung auf das Enthaltenfein der Gegenftände des Subjectsbegriffs in der Sphäre des Prädicatsbegriffs, fondern in Beziehung auf die Gültigkeit der Anwendung des Prädicatsbegriffes als Prädicat für das Subject. Während wir uns im verfinnlichenden Bilde beim Normalfchlufs der Subfumtion gleichfam die Prädicatsfphäre ruhend denken und in der Phantafie die Sphären des Mittelbegriffs und des Subjectsbegriffs an diefe heranbringen, um fo das Verhältnifs des Schlufsurtheils zu finden, fcheint in dem ariftotelifchen „τὸ α κατηγορεῖται κατὰ τοῦ β“ eher das Bild der umgekehrten Bewegung zu liegen. Sieht man aber genauer zu, fo liegt das eigentlich beweifende Moment bei Ariftoteles ganz wie in der neueren Logik in den Umfangsverhältniffen der Begriffsfphären, denke man fich nun diefe an jene herangebracht, oder umgekehrt. In dem ebenfalls ariftotelifchen Ausdruck „τὸ α ὑπάρχει παντὶ τῷ β“ kann man fich die Bewegung der Sphären umgekehrt denken und dies entfpricht im Grunde der metaphyfifchen Anfchauung des Ariftoteles noch beffer, da er ja die Gattung im Verhältnifs zu Art und Individuum als das Stoffliche auffafst, welches durch die Differenz erft zur Actualität des wirklichen Dinges erhoben wird. Jedes wahre Prädicat aber ift ihm Gattung gegenüber dem Subject, wie die Reflexionen über das Sein im Subject und das Ausgefagtwerden vom Subject (Cat. 5) beweifen, wo das Urtheil »der Körper ift weifs« nur dem Namen nach als kategorifch anerkannt wird; dem Begriff nach könne »weifs« niemals vom Körper als Prädicat ausgefagt werden, weil nämlich der Körper

nicht Farbe, ſondern eine Subſtanz iſt. Man darf dieſe Unterſcheidung wohl trotz der bekannten Zweifel an der Aechtheit der »Kategorien« für ächt ariſtoteliſch halten; denn wenn Anal. poſt. I. 22 das Urtheil, »das Holz iſt weiſs« grade umgekehrt als Beiſpiel eines wirklich kategoriſchen genannt wird, ſo iſt dies aus dem dort in Rede ſtehenden Gegenſatz zu erklären gegen das Urtheil: dieſes Weiſse iſt Holz, welches Ariſtoteles begreiflicher Weiſe noch weit weniger als Ausdruck eines wahren Prädicatsverhältniſſes kann gelten laſſen, da das Holz keine Kategorie iſt, unter die man das Weiſse bringen kann. Aus dem gleichen Grunde wird (Cat. 5) gelehrt, daſs die Einzelſubſtanzen niemals wahrhaft als Prädicat ausgeſagt werden können.

Freilich ſteht dieſer Auffaſſung des Ariſtoteles, wonach jedes wahre Prädicat dem Subject gegenüber relativ Gattung ſein müſſe, auch die andre ergänzend zur Seite, daſs jedes Prädicat eine dem Subject inhärirende Qualität bezeichne. Der Gattungsbegriff ſelbſt wird bei Ariſtoteles zur Qualität; denn wiewohl er lehrt, daſs im Menſchen nicht ein Thier, im Baum nicht eine Pflanze ſei, ſo faſst er doch ausdrücklich (Cat. 2, b, 16 und 17) die Ausſage der Art von der Subſtanz und der Gattung von der Art als Ausſage einer Eigenſchaft, ſo daſs in dieſer Hinſicht der Unterſchied zwiſchen einem Merkmalbegriff als Prädicat und einem prädicativen Namen bloſs darin beſteht, daſs das erſtere eine Qualität ſchlechthin, das letztere aber eine qualitative Subſtanz oder eine die Subſtanz betreffende Qualität bezeichnet. Dieſe das Inhärenzverhältniſs hervorkehrende Anſchauung widerſpricht der obigen nicht; vielmehr bilden beide zuſammen erſt den vollſtändigen Ausdruck der Art, wie ſich Ariſtoteles das Verhältniſs von Prädicat und Subject im Urtheil dachte. Das Prädicat iſt relativ Gattung (d. h. bez. Art gegenüber dem Individuum); grade als Gattung aber ſpricht es das Haften einer Eigenſchaft im Subjecte aus.

Von allen dieſen Speculationen über das Inhärenzverhältniſs geht nun aber in die Demonſtration der apodiktiſch geltenden Lehrſätze rein gar nichts über. Zwar werden mitunter auch in rein techniſchen Abſchnitten Ausdrücke gebraucht, welche aus der metaphyſiſchen Anſchauung des Ariſtoteles flieſsen, allein man kann ſich leicht davon überzeugen, daſs dieſelben mit dem nervus probandi nicht das mindeſte zu thun haben. Umgekehrt iſt es ohne Zweifel die Demonſtration geweſen, welche Ariſtoteles

veranlafst hat, gleich im Eingang der Analytik die ὅροι nach der Gröfse zu unterfcheiden und Ausdrücke zu gebrauchen, welche das Bild der einander umfaffenden Sphären ganz deutlich vor die Augen rufen, wie Anal. pr. I, 4: „τὸν ἔσχατον ἐν ὅλῳ εἶναι τῷ μέσῳ, καὶ τὸν μέσον ἐν ὅλῳ τῷ πρώτῳ“ (worin Ueberweg, Logik 3. Aufl., p. 111 den Anlafs für die Darftellung der Vorftellungsverhältniffe durch Kreife findet; eine Darftellung, die in der That, von der Kreisform des Raumbildes natürlich abgefehen, in der gefammten Technik der ariftotelifchen Logik ihre Begründung hat) und ebendas: „λέγω δὲ μεῖζον μὲν ἄκρον, ἐν ᾧ τό μέσον ἐστίν . ἔλαττον δὲ τὸ ὑπὸ τὸ μέσον ὄν.“

So vollftändig tritt in der Technik der Syllogiftik die Speculation über das innere Verhältnifs von Subject und Prädicat zurück, dafs Ariftoteles jene Bedenken, ob ein Merkmalbegriff Subject, ob er wahres und eigentliches Prädicat fein könne, ob ein Individualbegriff Prädicat fein könne, u. f. w. vollftändig bei Seite fetzt. Die Entwicklung der Regel erfolgt in durchaus formaler Weife an blofsen Buchftaben; nachher werden dem Lefer drei Begriffe hingeworfen, an denen er die Sache probiren mag. Unter diefen Begriffen finden fich fubftantivifche und adjektivifche ohne Unterfchied, fo dafs man bei der Ausführung fehr häufig auf Sätze geräth, wie »Einiges Weifse ift Thier,« »Kein Unbefeeltes ift Pferd,« u. f. w., die Ariftoteles von feinem erkenntnifstheoretifchen Standpunkt aus hätte fern halten müffen. Ebenfo findet fich in der Lehre von der Umkehrung der Urtheile nirgend eine Einfchränkung oder Ausnahme vorgefehen hinfichtlich folcher Urtheile, deren Subectsbegriff feiner inneren Natur nach nicht wahrhaft Prädicat fein kann oder umgekehrt. Die Regeln werden überall, und ohne Zweifel mit Recht, da die beweifende Veranfchaulichung auf keinerlei Ausnahmen führt, in voller Allgemeinheit ausgefprochen. Eben deshalb aber vermag Ariftoteles in den fpeculativen Betrachtungen der Analytik feine Anfichten nicht fchroff durchzuführen, weil fonft zahlreiche Widerfprüche zwifchen der logifchen Technik und der logifch-metaphyfifchen Erkenntnifstheorie entftehen würden. Er hilft fich daher in folchen Fällen überall mit ziemlich dürftigem Flickwerk: eigentliche und uneigentliche Redeweife, Sprachgebrauch, der dem inneren Verhältnifs nicht ganz entfpricht, dem Wort nach, aber nicht dem Begriff nach und dergleichen Auskunftsmittel müffen die Kluft zwifchen Technik und Erkenntnifs-

theorie verdecken; die Technik ſelbſt aber gilt überall, ſoweit es ſich um das Verhältniſs von Subject oder Prädicat handelt, ohne Unterſchied für die eigentliche oder uneigentliche, begriffsmäſsige oder bloſs übliche Redeweiſe.

Daſs Ariſtoteles ſich hier durch die Natur ſeiner eignen Technik gezwungen fühlte, liegt klar auf der Hand; denn die Scheidung zwiſchen Technik und metaphyſiſcher Betrachtungsweiſe liegt durchaus nicht in ſeiner Abſicht. Dies ſehen wir namentlich aus ſeiner Lehre von der Wahrheit oder Unwahrheit der Urtheile über Zukünftiges und aus ſeiner Theorie der Möglichkeit. Hier, wo der logiſche Zwang nicht ſo evident war, ſcheut er ſich keineswegs, die metaphyſiſchen Betrachtungen, und zwar in ſehr verderblicher Weiſe, in die Technik hineinwirken zu laſſen.

Es iſt übrigens auch leicht zu zeigen, daſs die Bedenken der ariſtoteliſchen Erkenntniſstheorie gegenüber den Sätzen mit Merkmalbegriffen oder mit Eigennamen durchweg auf Täuſchung beruhen.

Was die Sätze betrifft, wie »Jenes Weiſse iſt Sokrates«, »Das Herankommende iſt Kallias«, ſo hat ſchon W. Schuppe (Die ariſtot. Kategorieen, Berlin 1871, S. 12.) mit Recht bemerkt, daſs ſich Ariſtoteles hier durch die Sprache habe täuſchen laſſen. Zwar kann die Stelle Anal. poſt. I, 22, wo von dem Satz »Jenes Weiſse iſt Holz« die Rede iſt, zeigen, daſs Ariſtoteles wohl einſah, daſs hier eigentlich nicht das Weiſse, ſondern das Etwas, welches weiſs iſt, Subject ſei; allein auch an jener Stelle beruht das weiter folgende Bedenken, hier ein wahrhaft kategoriſches Verhältniſs anzunehmen, lediglich auf der Unfähigkeit, dieſe ungewohnte Auffaſſungsweiſe ſcharf feſtzuhalten, und auf der unüberwindlichen Neigung, auch das unbekannte Etwas, weil es einmal Subject im Satze iſt, auch als ein bleibendes Subſtrat mit wechſelnden Eigenſchaften aufzufaſſen. Daher redet Ariſtoteles hier von einem Etwas, welches zufällig weiſs iſt und läſst dieſem zufällig weiſsen Etwas den fernern Zufall zuſtoſsen, Holz zu ſein; eine Auffaſſung, in welcher alſo der ganz unbeſtimmte Ausdruck für einen jetzt eben wahrgenommenen Gegenſtand als beharrliches Ding betrachtet wird.

In dem Satze »Jenes Weiſse iſt Sokrates« liegt daſſelbe Verhältniſs vor; nur daſs noch die Schwierigkeit hinzukommt, einen Eigennamen, und zwar bezogen auf eine beſtimmte Perſon, als

Prädicat gefetzt zu fehen. Diefe Schwierigkeit mufste vom ariftotelifchen Standpunkt betrachtet als fehr bedeutend erfcheinen; eine »erfte Subftanz«, ein wirkliches, concretes Ding, wie diefer Menfch da, kann ja nicht Gattung, gefchweige Eigenfchaft eines andern Gegenftandes fein! Betrachtet man die Sache ohne das ariftotelifche Vorurtheil, fo ift fie freilich fehr einfach. Der Begriff des Individuums ift allerdings der Oberbegriff für alle wechfelnden Erfcheinungen diefes Individuums, alfo auch gegenüber den einzelnen Momenten feines Dafeins und feiner Erfcheinung relativ immer noch ein Gattungsbegriff, ein Begriff, welcher noch eine unendliche Fülle von einzelnen Gegenftänden unter fich begreift, die gar wohl auch noch der Gruppirung nach untergeordneten Claffen fähig find. Das Subject, nichts weniger als ein beharrliches Ding, fondern lediglich der Ausdruck eines momentan wahrgenommenen Gegenftandes, ift trotz der Unbeftimmtheit diefes Gegenftandes weit individueller als der Begriff des Individuums. Ein folcher Satz hat fo wenig Abnormes an fich, dafs er vielmehr die urfprünglichfte Form aller und jeder Syntheſis von Subject und Prädicat darftellt, die man freilich nicht in metaphyfifchen Syftemen, fondern in den Kinderftuben fuchen mufs, wo man die Erkenntnifs in ihrer Entwicklung und die Sprache in ihrem Werden belaufchen kann. Die früheften Sätze, welche das Kind fpricht, find folche, wie »Da — Mama!« »Da — Tiktak« u. f. w.; wobei das Subject ftets einen Gegenftand der augenblicklichen Wahrnehmung überhaupt bezeichnet und das Prädicat die nähere Beftimmung dazu in einer fubftantivifchen Form giebt, welche die noch ungefchiedne Einheit von Eigennamen und Gattungsnamen enthält.

Was den Uebergang von Merkmalbegriffen in das Subject betrifft, fo läfst fich hier eine fehr einfache aber folgenreiche Bemerkung an die Bedenken des Ariftoteles anknüpfen. Welches Recht hatte Ariftoteles überhaupt, den Satz »Das Holz ift weifs« umzukehren in »Einiges Weifse ift Holz«? Wenn das Merkmal weifs zwar »im Holze ift« aber nicht von demfelben »ausgefagt wird«, d. h. nicht etwas bezeichnet, das fich zu Holz als relativ Gattung verhält, fo hätte gar keine Umkehrung möglich fein follen. Rein im Sinne der Inhärenz gefafst, hätte diefelbe lauten müffen: Weifse Farbe ift bisweilen Holz, d. h. findet fich bisweilen am Holze. Indem nun aber Ariftoteles ftatt deffen die Sätze mit adjectivifchem Prädicat, ohne alle Rückficht auf feine eigne

Theorie, in der Umkehrung ganz wie die wirklich kategoriſchen, d. h. den Gattungsbegriff prädicirenden Sätze behandelte, anerkannte er im Grunde im techniſchen Theil ſeiner Logik, was er in der logiſch-metaphyſiſchen Theorie verwarf, daſs nämlich die adjectiviſchen Prädicate rein logiſch genommen auch Gattungen bedeuten, oder vorſichtiger ausgedrückt, daſs ſie, um einer ſtreng logiſchen Behandlung fähig zu werden, ſo aufgefaſst werden müſſen, als bedeuteten ſie Gattungen, d. h. »weiſs« = »weiſse Gegenſtände«; »das Holz iſt weiſs« = »das Holz iſt ein weiſser Gegenſtand«. Nun erſt heiſst die Umkehrung mit Recht »Einiges Weiſse iſt Holz«, und natürlich nicht in dem Sinne »Einiges (als beharrende Subſtanz gedacht) welches (in dieſem Falle grade) weiſs iſt, iſt Holz«, ſondern in dem ſehr natürlichen, der Analogie durchaus ſich fügenden Sinne: »Ein Theil der weiſsen Gegenſtände iſt Holz.«

Bekanntlich ſtreitet man bis auf den heutigen Tag noch darüber, ob die adjectiviſchen Prädicate in der Logik als Bezeichnung der entſprechenden Gegenſtände, als ſubſtantiviſch, aufzufaſſen ſeien, oder nicht. Dieſer Streit wird in der Hauptſache richtig gelöſt durch die Bemerkung Ueberwegs (Logik, 3. Aufl. S. 229, § 84.), daſs die Subſtantivirung des Prädicatsbegriffes die »ſtillſchweigende Vorausſetzung« der ariſtoteliſchen Lehre von der Umkehrung der Urtheile bilde. Nur iſt hinzuzufügen, daſs ſie zugleich die Vorausſetzung der geſammten logiſchen Technik des Ariſtoteles bildet, und wenn ferner bemerkt wird, Ariſtoteles habe die »innere Berechtigung« dieſes Verfahrens nicht erörtert, ſo beruht dieſe Bemerkung dann freilich auf einem Irrthum. Für Ariſtoteles beſtand dieſe »innere Berechtigung« gar nicht. Seine logiſch-metaphyſiſche Theorie ſteht in dieſem Punkte mit der Technik, wie wir eben gezeigt haben, im Widerſpruch; dieſer Widerſpruch aber iſt Ariſtoteles ebenſo wenig klar zum Bewuſstſein gekommen, wie der Begriff der von ihm ſelbſt doch vorgenommenen »Subſtantivirung« des Prädicats. Er ſah ſich zu der letzteren einfach durch die treibende Conſequenz ſeiner Technik fortgeriſſen.

Es iſt daher auch durchaus nicht etwa eine Ergänzung des Ariſtoteles, ſondern ein dem ariſtoteliſchen Standpunkt durchaus fremdartiger Gedanke, wenn Ueberweg (§ 84) den fehlenden Nachweis der »inneren Berechtigung« der Converſion mit der Bemerkung

nachzuholen verfucht, dafs diefe innere Berechtigung nur dann vorhanden fei, wenn der Prädicatsbegriff »fich zur Subftantivirung eignet«, d. h. wenn »nicht nur die Thätigkeiten oder Eigenfchaften, welche der Prädicatsbegriff bezeichnet, unter einander wefentlich verwandt find, fondern auch die Gefammtheit der Gegenftände oder Subftanzen, welchen diefelben zukommen, wefentlich gleichartig ift, oder eine Claffe oder Gattung« (Ueberw. verweift hier auf § 58 feines Werkes) »bildet.«

Mit diefem Mafsftabe gemeffen wären die meiften hierher gehörigen Beifpiele, welche Ariftoteles felbft giebt, falfch und die Lehre von der Umkehrung der Urtheile würde nicht mehr mit Allgemeinheit und Nothwendigkeit gelten, fondern den erheblichften Ausnahmen unterliegen. Die Regel als folche beftünde gar nicht mehr; der formale und rein logifche Grund für die Gültigkeit des umgekehrten Urtheils fiele gänzlich weg und die Richtigkeit des neuen Urtheils würde lediglich auf fachlichen Betrachtungen beruhen, welche mit der Logik im überlieferten Sinne fo wenig zu fchaffen haben, wie mit jener ächt ariftotelifchen Analytik, auf welche die Schule der Erkenntnifstheoretiker fo gerne gegenüber der modernen formalen Logik zu verweifen pflegt. Was Ariftoteles nur auf wenigen, freilich äufserft wichtigen Punkten wagt: die ftreng formale Confequenz feiner analytifchen Technik durch metaphyfifche Betrachtungen zu durchbrechen, das treibt die pfeudo-ariftotelifche Erkenntnifstheorie der Gegenwart fo weit, dafs alles Apodiktifche in der Logik darunter verflüchtigt wird. Auf diefe Weife ift dann freilich Einheit in die Logik gebracht. Bei Ariftoteles ift allerdings Technifches und Metaphyfifches in der Entwicklung und Darftellung allenthalben miteinander vermengt und verflochten, dagegen im Princip fo ftreng gefchieden, dafs man der blofsen Abficht nach fchwerlich einen radicaleren Formaliften finden könnte, als Ariftoteles in der analytifchen Technik. Diefe Confequenz allein hat feinen Lehren einen für alle Zeiten bleibenden und vom Urtheil über die ariftotelifche Metaphyfik unabhängigen Werth gegeben. Dafs die modernen Freunde der ariftotelifchen Metaphyfik, zumal wenn fie in diefer den »bleibenden Grund« aller Philofophie entdeckt zu haben glauben und diefe Metaphyfik felbft für »apodiktifches Wiffen« halten, für den hier nachgewiefenen Unterfchied zwifchen der wahrhaft apodiktifchen Technik und der auf beftändiger Verwechslung von Wort, Begriff und Sache ruhen-

den Metaphyſik keinen Sinn haben, iſt ſehr natürlich; um ſo nachdrücklicher muſs zur Wahrung der hiſtoriſchen Thatſache wie des unverfälſchten Weſens der Logik bei jeder Gelegenheit darauf hingewieſen werden.

Wie nahe übrigens Ueberweg in Folge ſeines ungemeinen Scharfſinns, ſeinem eigenen erkenntniſstheoretiſchen Vorurtheil zum Trotz, an die richtige Auffaſſung der logiſchen Technik ſtreifte, zeigt eine zum gleichen Paragraphen (84) gehörige Anmerkung, welche ſpeciell gegen die geringſchätzige Art gerichtet iſt, in der Hoppe (Logik, Paderborn 1868) von dem »Denken nach dem Schema« redet im Gegenſatz zu einem angeblichen Denken nach dem Begriff. Hier ſagt Ueberweg wörtlich: »Mit gleichem Recht könnte man die mathematiſch-mechaniſche Betrachtung als einſeitig und willkürlich ſchelten, wenn ſie unterſucht, was aus gewiſſen einfachen Vorausſetzungen folge und dabei von anderen Datis abſieht, von denen jene in der Wirklichkeit nicht abgeſondert vorzukommen pflegen, wenn ſie z. B. die Bahn und die Stelle des Falls eines irgendwie geworfenen Körpers nur auf Grund der Gravitation und der Beharrung berechnet, ohne den Miteinfluſs des Luftwiderſtandes zu erwägen, ſo daſs anſcheinend die concrete Anſchauung das Reſultat genauer zu beſtimmen und über die Rechnung zu triumphiren vermag; wollte aber die mathematiſche Mechanik jenes abſtractive Verfahren nicht üben, ſo würde ſie die Bewegungsgeſetze überhaupt nicht zu erkennen vermögen und die Wiſſenſchaft würde aufgehoben ſein.« Es folgt die in der That ſchlagende Anwendung auf die Logik. Wer in ähnlicher Weiſe das abſtracte Verfahren der Logik von der Realität aus corrigiren will, »hebt durch dieſes Verfahren nicht eine falſche Logik zu Gunſten einer beſſeren, ſondern die Möglichkeit einer methodiſch fortſchreitenden logiſchen Erkenntniſs der Denkgeſetze ſelbſt auf.«

Man kann ſich ſchwerlich richtiger ausdrücken, aber die Schneide der gleichen Logik trifft auch Ueberwegs Unterſcheidung zwiſchen »geeigneten« und »ungeeigneten« Fällen der Subſtantivirung; denn das Kriterium des Paſſenden wird hier nicht aus dem »abſtractiven« Verfahren der logiſchen Technik, ſondern aus der Betrachtung der Objecte genommen. Die logiſche Technik gilt aber für geeignete und ungeeignete Fälle, wie ein Satz der Stereometrie oder der analytiſchen Geometrie gilt, einerlei ob entſprechende Körper und Flächen oder Linien in der Natur vor-

kommen oder nicht. So gilt auch die logische Regel unfehlbar für eine substantivische Bezeichnung von Gegenständen, welche mit Rücksicht auf ihre Verwandtschaft oder Aehnlichkeit in der Natur der Dinge oder wegen einer gemeinsamen Substanzialität nie Jemand so zusammenfassen würde. Die weiteren Erwägungen gehören also erst in die angewandte Logik, und so wird es mit der ganzen Rücksicht auf die Objecte sein, in welcher Ueberwegs erkenntnistheoretischer Standpunkt den Fortschritt sucht, während doch damit die eigentliche Basis aller Logik aufgehoben wird. — Was insbesondere noch die Substantivirung der Prädicate betrifft, so lässt sich leicht zeigen, dass es zwischen »geeigneten« und »ungeeigneten« Fällen nirgend eine scharfe Grenze giebt. Nach Ueberwegs Kriterium, welches in der Verweisung auf den von der Gattung, Art, Klasse u. s. w. handelnden Paragraphen enthalten ist, wären die von Aristoteles selbst herrührenden Beispiele fast alle falsch, denn Niemand wird z. B. behaupten, dass »weisse Gegenstände« in den »wesentlichen Eigenschaften« übereinstimmen und daher (nach Ueberweg, 3. Aufl. S. 126, § 58) eine »Gattung« bilden. Der logischen Technik genügt es zur Substantivirung vollkommen, dass sie in einer einzigen Eigenschaft, auf die es gerade ankommt, übereinstimmen und damit sind die Lehrsätze apodiktisch gültig. Wie richtig die Logik darin verfährt, mag übrigens auch noch der Umstand zeigen, dass es im wissenschaftlichen Gebrauch, hinsichtlich der »weisen Gegenstände« z. B., wenn es sich um optische Fragen handelt, stets sachlich begründete Eintheilungen geben kann, welche mit der gewöhnlichen und natürlichen, auf die gesammte Erscheinungsform gebauten Eintheilung gar nichts zu thun haben, und wo etwa eine Grenze solcher speciell motivirten Zusammenfassungen liegt, vermögen wir a priori gar nicht zu bestimmen. Uns will es scheinen, als ob Alles, was überhaupt Prädicat sein kann, in irgend welchem Zusammenhang einmal trotz der grösten Ungleichheit der Gegenstände, zu denen es gehört, auch mit sachlichem Sinn substantivirt werden könne; jedenfalls ist aber von dieser Betrachtung die Richtigkeit des aristotelischen Verfahrens unabhängig, indem sie sich trotz des aristotelischen »Objectivismus« eben nicht auf eine Erwägung der Natur der Dinge stützt, sondern auf die Anschauung des Verhältnisses von Begriffen überhaupt.

Wir haben sonach gesehen, dass der technische Theil der

ariſtoteliſchen Logik unabhängig daſteht von den erkenntniſstheoretiſchen Speculationen; ja, daſs er mit dieſen auf mehreren Punkten in einen dürftig verhüllten Widerſpruch tritt, wobei jedoch die Lehrſätze der Technik ihr Recht mit zwingender Nothwendigkeit behaupten. Wir haben ferner vorläufig wahrſcheinlich gemacht, was weiterhin ſtreng bewieſen werden ſoll, daſs eben dieſe zwingende Nothwendigkeit, mit welcher die techniſchen Lehrſätze der Logik (d. h. die rein techniſchen, von den mit Speculation gemiſchten wird ſattſam die Rede ſein) ihr Recht behaupten, keineswegs eine Folge der bloſs analytiſchen Natur dieſer Sätze, ſondern vielmehr eine Folge der mit der Demonſtration verbundenen Anſchauung, alſo eines ſynthetiſchen Elementes iſt. Die »Veranſchaulichung«, das ſo geringſchätzig betrachtete bloſs didaktiſche Hülfsmittel, ſoll ſich alſo als bloſse Leitung und beſtimmtere Ausführung der Anſchauung herausſtellen, welche letztere der wahre Quell der Apodikticität wäre.

Wir ſind oben von einem Beiſpiel (Umkehrung des allgemein verneinenden Urtheils) ausgegangen, indem wir zeigten, daſs der betreffende Lehrſatz zwar durch den Satz des Widerſpruchs bewieſen wird, daſs aber der Beweis nicht ohne Hülfe der Anſchauung zu Stande kommt. Wir wollen dieſem Beiſpiel zunächſt zwei andere zur Seite ſetzen, um die Rolle, welche einerſeits der Satz des Widerſpruchs, anderſeits die Anſchauung ſpielt, nach verſchiednen Seiten klar zu machen.

Bekanntlich beweiſt Ariſtoteles die Modi Baroco und Bocardo, nach ſeinem Syſtem der Zurückführung auf die erſte Figur, apagogiſch, während man ihre Bündigkeit mittelſt der Anſchauung auch direct erweiſen kann. Der Satz des Widerſpruchs tritt hier in der ariſtoteliſchen Deduction ganz rein auf: Wenn μ allem ν zukommt, einigem ξ aber nicht zukommt, ſo muſs nothwendig auch ν einigem ξ nicht zukommen; denn käme es allem ξ zu, ſo müſste, da auch μ allem ν zukommt, nothwendig (nach dem Modus *Barbara*) auch μ allem ξ zukommen, was dem gegebenen Unterſatz widerſpricht. Alſo muſs die Vorausſetzung »Alle ξ ſind ν« falſch und das contradictoriſche Gegentheil »Mindeſtens einige ξ ſind nicht ν« richtig ſein. — Wie man ſieht, beruht der Schluſs auf der Lehre vom contradictoriſchen Gegenſatz der Urtheile und auf der Gültigkeit des erſten Modus der erſten Figur. Von dieſen Vorausſetzungen aus wird der Beweis lediglich nach dem Satze des Widerſpruchs

bewerkftelligt, und es fcheint, dafs eine Veranfchaulichung durch Raumbilder der Begriffsfphären hier überhaupt nicht nöthig ift, um den Beweis als zwingend erfcheinen zu laffen. Es genügt die blofse Vorftellung der Buchftaben mit dem nicht einmal in actuellen Vorftellungen entwickelten, fondern fummarifchen Bewufstfein deffen, was fie bedeuten, nebft der Erinnerung an das, was bereits bewiefen ift. Der Schlufs ift, wenn man fo verfährt, gleichfam ein blinder, wie der Schlufs einer Rechenmafchine, die aus gegebenen Bedingungen das Facit giebt, oder auch, wie die Erzielung eines Refultates durch menfchliches Rechnen, wenn daffelbe auf Grund der Einübung bekannter Methoden rein mechanifch vorgenommen wird. Es ift zwar richtig, dafs unfer Geift fich bei neuen Lehrfätzen, welche einer ausgedehnten Anwendung fähig find, nicht leicht mit diefem blinden Verfahren begnügt, dafs trotz des Zwingenden in folchen Schlüffen ein Mifsbehagen, wo nicht gar Mifstrauen übrig bleibt, fo lange wir nicht doch auch hier die Anfchauung zu Hülfe nehmen; allein diefe pfychologifche Erfcheinung ändert nichts an der Thatfache, dafs ein zwingender Schlufs in diefem Falle wenigftens ohne directe Mitwirkung der Anfchauung zu Stande kommt. Von der indirecten Mitwirkung der Anfchauung zu folchen Schlüffen wird gleich die Rede fein.

Nun laffen fich aber auch Folgerungen aufweifen, bei denen umgekehrt, der Satz des Widerfpruchs zwar zur ferneren Erläuterung und vollftändigeren Ueberzeugung zu Hülfe genommen werden kann, bei denen aber offenbar die ganze Beweiskraft in der Anfchauung allein beruht und die Erörterung nach dem Satze des Widerfpruchs überflüffig ift. Von diefer Art ift der Beweis für den erften Modus der erften Figur. Hier giebt Ariftoteles nur die Thatfache und die als Beifpiel dienenden Begriffe, aber keinen eigentlichen Beweis. Gerade dies abgekürzte Verfahren, welches Ariftoteles in den meiften Fällen einfchlägt, darf als Zeugnifs dafür angefehen werden, dafs im Lehrvortrag der ariftotelifchen Logik auf die Kraft der Anfchauung, wenn auch ohne eine bewufste Theorie ihrer Beweiskraft, thatfächlich abgeftellt wurde. Der Geift fieht hier unmittelbar, wie die weitere aber minder beftimmte Sphäre α dem Mittelbegriff β zu Grunde liegt. Wenn nun diefer wieder dem ganzen γ zu Grunde liegt, dergeftalt, dafs γ nur zu der Wefensbeftimmtheit von β noch eine neue unterfcheidende Beftimmtheit mit hinzubringt, fo fieht man, wenn man das erftere

Bild im Geiſte feſtgehalten hat, unmittelbar, wie auch γ ganz auf der durch die Sphäre α dargeſtellten allgemeinſten Weſensbeſtimmtheit ruhen muſs. Daſs es nothwendig und in allen Fällen ſo ſei, wird wieder durch die Anſchauung der Variabilität des Raumbildes zum Bewuſstſein gebracht. Man ſieht, daſs die Figur, die man ſich im Geiſte macht, innerhalb der Schranken der Vorausſetzung unendlich vieler Variationen fähig iſt, in welchen ſtets unverändert ein entſprechendes Bild der Vorausſetzung iſt und ebenſo unverändert den Schluſs darſtellt. Wie von dieſer in der Anſchauung doch immer nur annähernd gegebenen Unendlichkeit und Allſeitigkeit der Darſtellung der Sprung auf das Bewuſstſein abſoluter Nothwendigkeit erfolgt, brauchen wir hier nicht zu erörtern. Es genügt, wenn gezeigt wird, daſs der Vorgang vollſtändig derſelbe iſt, wie wenn in der Geometrie ein Satz an einer concreten Figur bewieſen wird und wir gleichwohl die Ueberzeugung gewinnen, daſs der Satz allgemein, d. h. für jede beliebige den Bedingungen entſprechende Figur, gültig iſt. — Der Satz des Widerſpruchs wird in dieſem Falle nur noch zugezogen, um uns die Grenzen, innerhalb welcher wir die Figur variabel zu denken haben, durch hypothetiſche Annahme ihrer Ueberſchreitung deutlicher zum Bewuſstſein zu bringen; allein auch hierbei muſs die Anſchauung mitwirken.

Bei dieſem Anlaſs können wir doch eine Bemerkung über die ariſtoteliſchen Beiſpiele nicht unterdrücken. Daſs dieſe ohne alle Rückſicht auf den Sinn der Schlüſſe, ohne alle Beziehung zur Erkenntniſstheorie aufgerafften Termini, wie Menſch, Thier, Pferd, weiſs, ſchwarz, Schnee, Rabe, Schwan, Stein u. ſ. w. in rein formaliſtiſchem Sinne verwendet werden und ſonach einen neuen Beleg geben für die formale Tendenz des eigentlich techniſchen Theils der ariſtoteliſchen Logik, bedarf keines Nachweiſes; wohl aber iſt es an der Zeit, darauf hinzuweiſen, daſs die Wahl ſolcher nichtsſagenden Beiſpiele vom Standpunkte der Technik einen Vorzug hat, der um ſo wichtiger iſt, je weniger noch der Beweis mittelſt der Anſchauung an Sphärenbildern entwickelt iſt.

Unſre Logiker ſuchen gegenwärtig etwas darin, ihre Lehrbücher mit möglichſt ſinnreichen Beiſpielen für die Technik der logiſchen Regeln auszuſtatten. Dadurch wird nicht nur die Regel mit Beiſpielen belegt, ſondern gleichzeitig auch für den Nutzen der Logik argumentirt, der bekanntlich, was die überlieferten

Kunftregeln der Deduction betrifft, ftark angefochten wird. Dies Verfahren ift nicht nur zu billigen, fondern man follte eher noch einen Schritt weiter gehen und ausdrücklich nur folche Beifpiele wählen, welche in der Gefchichte der Wiffenfchaften eine Rolle gefpielt und alfo ihren Nutzen unmittelbar bewährt haben. Man beachte aber wohl, dafs die Beifpiele, je mehr fie in diefem Sinne gewählt find, defto weniger gefchickt find, den Beweis zu erfetzen, indem man im Einzelnen fofort das Allgemeine erkennt. Das alte triviale Beifpiel »Alle Menfchen find fterblich; Cajus ift ein Menfch: alfo ift Cajus fterblich« hat in der Gefchichte der Wiffenfchaften keine Rolle gefpielt, wenn nicht eben die Rolle des abgehetzten Schulbeifpiels für einen Subfumtionsfchlufs. Beifpiele diefer Art find fehr leicht dem Vorwurf ausgefetzt, den man oft unbillig verallgemeinert hat, dafs man mittelft des Syllogismus nichts finde, was man nicht vorher gewufst. Dafür haben fie aber auf der andern Seite in rein formaler Hinficht grade durch ihre Leere den Vortheil völliger Durchfichtigkeit. Man fieht hier gleich, dafs man im Grunde nichts in Händen hat, als den gleichfam fchwach colorirten Umrifs von Begriffen überhaupt. Während bei den inhaltreichen Beifpielen das Bewufstfein zu ftark von der Sache ergriffen wird, um mitten in der Ueberzeugung noch den formalen Grund der Ueberzeugung rein zu erfaffen, läfst das nichtsfagende Schulbeifpiel unmittelbar das Schema der Subfumtion erkennen und bewirkt daher weit leichter und fchlagender die Ueberzeugung, dafs es fich nicht nur in diefem Falle fo verhalte, fondern dafs es mit Begriffen überhaupt, wähle man, welche man wolle, ebenfo fein werde, fobald fie fich hinfichtlich ihrer Ueber- und Unterordnung ebenfo verhalten. Mit einem Wort: das nichtsfagende Schulbeifpiel erfüllt annähernd diefelbe Aufgabe, wie die geometrifche Figur und wie die Sphärenzeichnung in der Technik der Logiker. Es wird gebraucht mit dem Zweck, am Einzelnen das Allgemeine zu zeigen, und diefer Zweck wird offenbar dadurch erreicht, dafs man fich, von keinen Betrachtungen über den fpeciellen Sinn des Beifpiels geftört, irgend ein, wenn auch noch fo unvollkommnes Bild von der Summe der Gegenftände entwirft, welche mit dem Begriff bezeichnet find. Die abftracteſte Form folcher Bilder ift das Sphärenbild felbft. Man denke fich nun im mündlichen Lehrvortrag diefe zweckmäfsig inhaltsleeren Beifpiele mit einigen flüchtigen Strichen im Sande des Bodens oder auch

nur mit einer veranſchaulichenden Handbewegung begleitet und man hat im Beiſpiel ſelbſt das Princip unſrer Sphärenvergleichung. Sonach dient das moderne Beiſpiel einem ganz anderen Zweck als das antike, und mit Recht, denn eben weil wir die Sphärenvergleichung conſequent anwenden, bedürfen wir der nichtsſagenden Beiſpiele nicht mehr und können in der Sammlung gewählter Beiſpiele eine höhere Aufgabe zu löſen ſuchen.

Man vergleiche hiezu die Bemerkung Ueberwegs (Logik 3. Aufl. S. 297, § 107), daſs Ariſtoteles einen gewiſſen Beweis »nur im Einzelnen an Beiſpielen« geführt habe, den erſt neuere Logiker »in allgemeinerer Weiſe auf die Sphärenverhältniſſe« gegründet hätten. Man wird ſehen, daſs der Unterſchied des Verfahrens nicht ſo groſs iſt, wie es ſcheinen könnte. In beiden Fällen wird der Beweis eben auf Anſchauung gegründet, indem das concrete Anſchauungsbild, an welchem man demonſtrirt, mit dem Bewuſstſein ſeiner Variabilität die Ueberzeugung von der Allgemeingültigkeit des Behaupteten hervorbringt. — Dieſe Bemerkung dürfte geeignet ſein, auf den Gebrauch von Beiſpielen in der Wiſſenſchaft überhaupt einiges Licht zu werfen, doch dürfen wir dieſen Faden hier nicht weiter verfolgen.

Vergleichen wir nunmehr die oben aufgeſtellten Beiſpiele, ſo finden wir leicht, daſs da, wo die Anſchauung das wahrhaft Maſsgebende iſt, wie beim Beweiſe des erſten Modus der erſten Figur, ein wirklich neuer Begriff der Syntheſis des Syllogismus zu Grunde liegt, der Begriff der Subſumtion eines Falles unter die Regel, einer Art unter die Gattung. Dieſe Vermittlung des α und γ durch das eingeſchaltete β ſtellt in der That einen Grundſatz dar, der nachher ſeine mannigfaltigſte Anwendung findet, der aber ſelbſt nicht aus anderen Sätzen abgeleitet werden kann; denn daſs α von β ausgeſagt wird und β von γ enthält noch nichts von einer Beziehung zwiſchen α und γ, ſo lange ich nicht durch die Anſchauung die Regel dieſer Vermittlung erkenne.

Dieſe Anſchauung ſchien in dem apagogiſchen Beweiſe des Modus Baroco überflüſſig. Hier wird nur eine Anwendung von ſchon feſtſtehenden Regeln gemacht, und wenn dieſelben nur, an irgend ein Zeichen für die Termini angeknüpft, im Gedächtniſs haften, ſo bedarf es keines Zurückſchreitens auf räumliche Bilder der Begriffsſphären. Da nun aber doch das Erſchloſſene ſelbſt wieder Regel iſt, und zwar eine im Modus Barbara keineswegs

fchon offen vorliegende Regel, fo hätten wir alfo hier wenigftens den von Kant vorgefehenen Fall einer Erweiterung der Logik auf rein analytifchem Wege durch den Satz des Widerfpruchs. Freilich nur eine Erweiterung! Bevor wir weiter gehn, mag alfo immerhin darauf verwiefen werden, dafs Erweiterungen ganz analoger Art fich auch in der Mathematik in grofser Anzahl vorfinden. Sollen gleichwohl die eigentlich mathematifchen Sätze insgefammt fynthetifch fein, fo könnte man ganz in gleicher Weife einen folchen Kern fynthetifcher Sätze auch in der Logik ausfcheiden; auf alle Fälle wäre zwifchen der formalen Logik und der Mathematik nicht jene ungeheure Kluft, welche Kant zwifchen ihnen gefetzt hat, fondern vielmehr die auffallendfte Uebereinftimmung.

Wir gehen aber weiter und wollen zunächft noch einen Blick auf das zuerft gegebene Beifpiel werfen, in welchem Anfchauung und Demonftration aus dem Satze des Widerfpruchs anfcheinend gleichberechtigt Hand in Hand gehen: beim Beweife für die Umkehrbarkeit des allgemein verneinenden Urtheils. Zunächft ift hier zu bemerken, dafs fich hier, wenn man die ariftotelifche Beweisführung ganz bei Seite läfst, wie übrigens auch beim Beweife für Baroco und Bocardo, mittelft der Sphärenbilder das zu Erweifende ohne Beziehung auf den Satz des Widerfpruchs mit gröfster Evidenz darthun läfst. Das Bild zweier völlig getrennter Sphären zeigt fo klar, dafs hier im Verhalten der einen zur andern kein Unterfchied ift, dafs man die allgemeine Umkehrbarkeit eines folchen Urtheils mit Ueberzeugung vor Augen hat, fobald überhaupt nur erklärt ift, was die Sphären bedeuten follen.*) Umgekehrt aber kann man hier keineswegs den Satz des Widerfpruchs, wie beim Beweife für Bocardo, gleichfam rein mechanifch wirken laffen. Den ariftotelifchen Hülfsbegriff für irgend einen Theil von β kann man allerdings der Form nach erfparen, aber nicht der Sache nach. Sobald gefagt wird: denn wenn irgend einem Theile von β das α

*) Im folgenden Kapitel wird gezeigt werden, dafs der Satz des Widerfpruchs gleichwohl auch hier, wie überall, mitwirkt, wenn die Nothwendigkeit, d. h. die unbedingt ausnahmslofe Allgemeinheit der gewonnenen Regel zum Bewufstfein gebracht werden foll. Da aber der Satz des Widerfpruchs, wie gleich unten gezeigt wird, als logifches Normalgefetz felbft wieder auf Anfchauung ruht, während er als pfychologifches Naturgefetz das Wefen unfrer Anfchauung beftimmt, fo kann überhaupt das Entweder — Oder in Beziehung auf die Wirkung der Anfchauung und des Gefetzes des Widerfpruchs ftets nur einen relativen Sinn haben.

zukäme, ſo muſs ſchon ein ſolcher Theil vorgeſtellt werden, der bisher als ſolcher nicht gegeben war. Ich muſs den Verſuch machen, ob irgend einem ſolchen Theile das α zukommen könne, und dieſen Verſuch kann ich nur in der Phantaſie anſtellen. Wir können hieraus entnehmen, daſs die Anſchauung in der That nicht nur in dieſem Falle die weſentliche Grundlage des Beweiſes iſt, ſondern daſs ſie überhaupt ſtets unentbehrlich ſein wird, wenn mit den Begriffen, um bündig ſchlieſsen zu können, noch irgend eine, den Hülfsconſtructionen der Geometrie vergleichbare, Operation, wie Theilung, Deckung u. ſ. w. vorgenommen werden muſs.

Solche Operationen an der Sphäre der einzelnen Begriffe finden ſich nun aber im apagogiſchen Beweiſe für den Modus Baroco nicht. Sobald die Annahme des contradictoriſchen Gegentheils im Schluſsſatze gemacht iſt, wird mit den fertigen Urtheilen nach einem bereits bewieſenen Schema operirt und es ergiebt ſich aus der Combination von Oberſatz und Schluſsſatz eine Folgerung, die man rein dem Gedächtniſs entnehmen kann und von der man ebenſo durch bloſse Anwendung von bereits Erwieſenem ſieht, daſs ſie mit der zweiten Prämiſſe im Widerſpruch ſteht und alſo nicht ſtatthaft iſt. Weil die einzelnen Begriffe in beſtimmter Syntheſis bleiben und nicht mit ihnen, ſondern nur mit dem ganzen Urtheil operirt wird, ſo bedarf man auch nicht der Phantaſiebilder von der Sphäre dieſer Begriffe. In dieſer Hinſicht konnten wir alſo oben bemerken, daſs hier der Schluſs gleichſam ein blinder ſei, wie bei der Rechenmaſchine. Ganz blind, d. h. anſchauungslos iſt eine Operation des Denkens wohl niemals, denn die Erinnerung an das bereits gelernte und eingeübte Verfahren knüpft ſich doch immer an die ſinnliche Vorſtellung der Zeichen, mit denen die Begriffe (beim Rechnen die Gröſsen) und die Operationen ſymboliſirt werden, und beim ganz mechaniſchen Verfahren, wie es namentlich beim Rechnen ſehr häufig vorkommt, iſt wohl im Grunde das Bewuſstſein lediglich von der Anſchauung dieſer Zeichen erfüllt, während die ſogenannte Verſtandesfunction des Combinirens und Schlieſsens durch einen erworbenen Mechanismus vor ſich geht, wie die Combination der Muskelbewegungen beim Gehen, Tanzen u. ſ. w. — Dazu kommt, daſs auch bei der Auffindung des apagogiſchen Weges jedenfalls Denken und Anſchauung Hand in Hand gehen; es gehört ein »Blick« dazu, wie beim Auffinden der geometriſchen Hülfsconſtruction, um die Möglichkeit des Be-

weifes auf diefem Umwege zu entdecken; jedoch wird, wie bemerkt, das Sphärenbild als folches hier nicht zu Hülfe genommen und fomit fcheint die Nothwendigkeit einer Anfchauung desfelben fich in der That auf diejenigen Sätze zu befchränken, in welchen auf den Umfang (wenn auch der Ausdrucksweife nach auf den Inhalt) der einzelnen Begriffe zurückgegangen werden mufs, um den Beweis zu führen. Dies wird aber bei allen fundamentalen Operationen des Schliefsens der Fall fein; denn in der That ift keine Art und Weife abzufehen, wie aus gegebenen Urtheilen ein neues, von diefen verfchiedenes gewonnen werden foll, als entweder durch Reflexion über das Verhältnifs der gegebenen Begriffe — und dabei wird allemal die Anfchauung der Begriffsfphäre zu Hülfe genommen — oder durch Anwendung bereits vorher bewiefener Regeln.

Beruht nicht aber fchliefslich auch der Satz des Widerfpruchs felbft auf räumlicher Anfchauung? — Wir müffen hier wohl zufehen, in welchem Sinne wir diefe Frage bejahen oder verneinen. Der Satz des Widerfpruchs ift der Punkt, in welchem fich die Naturgefetze des Denkens mit den Normalgefetzen berühren. Jene pfychologifchen Bedingungen unfrer Vorftellungsbildung, welche durch ihre unabänderliche Thätigkeit im natürlichen, von keiner Regel geleiteten Denken fowohl Wahrheit als Irrthum in ewig fprudelnder Fülle hervorbringen, werden ergänzt, befchränkt und in ihrer Wirkung zu einem beftimmten Ziele geleitet durch die Thatfache, dafs wir Entgegengefetztes in unferm Denken nicht vereinigen können, fobald es gleichfam zur Deckung gebracht wird. Der menfchliche Geift nimmt die gröfsten Widerfprüche in fich auf, fo lange er das Entgegengefetzte in verfchiedne Gedankenkreife einhegen und fo auseinanderhalten kann; allein wenn diefelbe Ausfage fich unmittelbar mit ihrem Gegentheil auf denfelben Gegenftand bezieht, fo hört diefe Fähigkeit der Vereinigung auf; es entfteht völlige Unficherheit, oder eine der beiden Behauptungen mufs weichen. Pfychologifch kann freilich diefe Vernichtung des Widerfprechenden vorübergehend fein, infofern die unmittelbare Deckung der Widerfprüche vorübergehend ift. Was in verfchiednen Denkgebieten tief eingewurzelt ift, kann nicht fo ohne Weiteres zerftört werden, wenn man durch blofse Folgerungen zeigt, dafs es widerfprechend ift. Auf dem Punkte freilich, wo man die Confequenzen des einen und des andern Satzes

unmittelbar zur Deckung bringt, bleibt die Wirkung nicht aus, allein ſie ſchlägt nicht immer durch die ganze Reihe der Folgerungen hindurch bis in den Sitz der urſprünglichen Widerſprüche. Zweifel an der Bündigkeit der Schlufsreihe, an der Identität des Gegenſtandes der Folgerung ſchützen den Irrthum häufig; aber auch wenn er für den Augenblick zerſtört wird, bildet er ſich aus dem gewohnten Kreiſe der Vorſtellungsverbindungen wieder neu und behauptet ſich, wenn er nicht endlich durch wiederholte Schläge zum Weichen gebracht wird.

Trotz dieſer Zähigkeit des Irrthums mufs gleichwohl das pſychologiſche Geſetz der Unvereinbarkeit unmittelbarer Widerſprüche im Denken mit der Zeit eine groſse Wirkung ausüben. Es iſt die ſcharfe Schneide, mittelſt welcher im Fortgang der Erfahrung allmählig die unhaltbaren Vorſtellungsverbindungen vernichtet werden, während die beſſer haltbaren fortdauern. Es iſt das vernichtende Princip im natürlichen Fortſchritt des menſchlichen Denkens, welches, gleich dem Fortſchritt der Organismen, darauf beruht, daſs immer neue Verbindungen von Vorſtellungen erzeugt werden, von denen beſtändig die groſse Maſſe wieder vernichtet wird, während die beſſeren überleben und weiter wirken.

Dieſes pſychologiſche Geſetz des Widerſpruches bedarf natürlich zu ſeinem Beſtande und zu ſeiner Wirkſamkeit keiner Anſchauung. Es iſt unmittelbar durch unſre Organiſation gegeben und wirkt vor jeder Erfahrung als Bedingung aller Erfahrung. Seine Wirkſamkeit iſt eine objective und es braucht nicht erſt zum Bewuſstſein gebracht zu werden, um thätig zu ſein.

Sollen wir nun aber daſſelbe Geſetz als Grundlage der Logik auffaſſen, ſollen wir es als Normalgeſetz alles Denkens anerkennen, wie es als Naturgeſetz auch ohne unſre Anerkennung wirkſam iſt; dann allerdings bedürfen wir hier ſo gut, wie bei allen andern Axiomen der typiſchen Anſchauung, um uns zu überzeugen. Daſs das Ganze gröſser iſt als der Theil, daſs Gleiches zu Gleichem hinzugefügt Gleiches giebt, ſehen wir und deshalb glauben wir es. Jedes beliebige Beiſpiel ſchlieſst die Allgemeinheit in ſich, weil wir es ſofort beweglich ſehen und die Ueberzeugung gewinnen, daſs es in jeder denkbaren Veränderung von Form und Gröſse des Angeſchauten ſich gleich verhalten werde. Ebenſo aber ſehen wir an einem Raumbilde irgend welcher Art, ſei es in einem concreten Falle, ſei es in einem bloſsen Linienſchema, daſs

ich nicht dasselbe von demselben Gegenstande bejahen und verneinen kann. Das einzelne Bild wird sofort typisch, allein ohne Bild überhaupt bleibt mir die Formel leer und ich gewinne weder die Ueberzeugung von ihrer unbedingten Gültigkeit, noch auch nur wirkliche Einsicht in ihren Sinn.

II.

Die Modalität der Urtheile.

Zwei der ſcharfſinnigſten Männer, die je gelebt haben, Lorenzo Valla und Ludwig Vives verwarfen die ariſtoteliſch-ſcholaſtiſche Lehre von der Modalität der Urtheile gänzlich, indem ſie behaupteten, daſs die Ausdrücke der Möglichkeit oder Nothwendigkeit eines Seins oder Geſchehens kein anderes logiſches Verhältniſs begründen, als beliebige andre Ausdrücke, von denen man das Sein abhängig machen, oder durch die man es näher beſtimmen kann.

Valla, welcher dazu neigt, beſtändig die logiſche Betrachtung in die grammatiſche und rhetoriſche übergehen zu laſſen, will nicht nur Ausdrücke wie *facile*, *difficile*, *certum* und *incertum*, ſondern auch *conſuetum*, *utile*, *jucundum*, *decorum* nebſt dem Gegentheil dieſer Wörter mit dem Nothwendigen und Möglichen gleich ſtellen.*) Wenn man den Satz aufſtelle: Es iſt ehrenhaft, daſs ein Bürger für ſein Vaterland kämpfe, ſo ſei dieſer Satz unter keiner jener Modalitäten der Logiker enthalten. Wir würden dieſen Satz nach neuerer Anſchauung vielleicht unbedenklich für einen aſſertoriſchen erklären, allein wir werden bald ſehen, daſs eine genauere Analyſe des Aſſertoriſchen hier doch Bedenken erwecken muſs. Theilt man ferner die Urtheile mit Ariſtoteles ein in ſolche des Stattfindens, des nothwendig, und des möglich Stattfindens, ſo iſt der Satz Valla's nirgend unterzubringen. Aber muſs denn auch jeder grammatiſche Satz ſich unter eine rein logiſche Urtheilsform ohne Weiteres einordnen laſſen?

*) Laurentti Vallae dialecticae l. II, c. 39. — Ich benütze die Ausgabe von Jodocus Badius Ascenſius, 1509. —

Vives beginnt ſofort mit der Behauptung, daſs die Urtheile der Modalität nur eine grammatiſche, keine logiſche Frage darbieten, wie denn überhaupt Ariſtoteles in Ermangelung einer beſonderen Wiſſenſchaft der Grammatik viele grammatiſche Fragen in der Logik mit behandelt habe. Es handle ſich im Weſentlichen nur um die Erörterung der Bedeutung der Ausdrücke nothwendig, möglich, zufällig. Entweder verlegt Ariſtoteles die Modi in die Dinge; dann iſt jedes Adverbium in gleicher Weiſe ein Modus, und ebenſo die Verba *uſu venit*, *ſolet*, *congruit* und ähnliche, bei denen ſich auch die gleiche Schwierigkeit wegen der Stellung der Negation erheben läſst, wie bei den Ausdrücken der Nothwendigkeit und Möglichkeit. Oder Ariſtoteles verlegt die Modalität in die Ausſage als ſolche: dann ſind eine Reihe ähnlicher Ausdrücke der Gewiſsheit, Glaubwürdigkeit, Wahrſcheinlichkeit u. ſ. w. gleichberechtigt, welche auch ſchon Buridan und andere Scholaſtiker in die Lehre von der Modalität hineingezogen haben. Vives ſcheint zu der erſteren Alternative hinzuneigen, denn er wiederholt noch einmal: *Niſi forte Ariſtoteles pronunciata ſpectavit ex rebus, non ex nobis. Sed certe in his non plus erat, quod eſſet ex dialectica petendum, quam in aliis, quibus adverbia inferuntur.**)

Beide Männer fehlen darin, daſs ſie den Zuſammenhang dieſer Lehre mit der ariſtoteliſchen Metaphyſik nicht beachten; denn nur dieſe giebt den Schlüſſel dazu, warum gerade Möglichkeit, Stattfinden und nothwendig Stattfinden bei Ariſtoteles eine ſolche Rolle ſpielen. Vives würde übrigens, auch wenn er deſſen gedacht hätte, bei ſeinem Verwerfungsurtheil geblieben ſein, wie ſich ſchon aus ſeiner Kritik der ariſtoteliſchen Metaphyſik ergiebt. Valla, der die wichtige Frage gar nicht beachtete, ob die Modi auf die Dinge oder auf unſre Auffaſſung derſelben zu beziehen ſeien, würde ſich grade von hier aus gewiſs auch gegen Ariſtoteles gewandt haben, denn ihm iſt die ſubjective Bedeutung von Möglichkeit und Nothwendigkeit in den Urtheilen der Modalität auſser Zweifel. In einer beſtändig von rhetoriſchen Seitenblicken getrübten, aber logiſch ſehr ſcharfen Erörterung leitet er Möglichkeit und Nothwendigkeit aus einem Schluſsverfahren ab. Iſt der Oberſatz meines Schluſſes allgemein gültig, ſo ergiebt ſich im Schluſsſatze die Noth-

*) De cauſis corruptarum artium, l. III, c. 2. — Vivis opera, ed. Valent. t. VI, p. 116 u. f. —

wendigkeit; gilt der Oberſatz nur theilweiſe oder meiſtens, ſo ergiebt ſich ein Urtheil der Möglichkeit, und dieſe Möglichkeit kann ſtets als eine nach verſchiedenen Graden abgeſtufte Wahrſcheinlichkeit betrachtet werden. Mit dieſen Erörterungen greift Valla ſeinem Jahrhundert weit voraus und ſtellt die Frage auf einen ganz neuen Boden. Indem er nach Zertrümmerung der ariſtoteliſchen Lehre von der Modalität ſcheinbar nur ſeinen Sieg weiter verfolgt, enthüllt er die Grundzüge einer Theorie, welche der Modalität eine neue, wenn auch nicht für die formale Logik, ſo doch für die Erkenntniſstheorie wichtige Bedeutung verleiht. In der That werden wir die Frage, wenn wir zur definitiven Entſcheidung gelangen, faſt auf demſelben Punkte wieder aufzunehmen haben, auf welchen Valla ſie durch ſeine Zugrundelegung des Schluſſes gebracht hat.

Die rein grammatiſche Auffaſſung der Modalität iſt theils veranlaſst durch die Beſtrebungen der ſpäteren Scholaſtiker, Grammatik und Logik zu identificiren, oder vielmehr die Sprache zu einem ſtrengen Ausdruck des rein Logiſchen zu geſtalten, theils aber iſt ſie durch Ariſtoteles ſelbſt veranlaſst; namentlich durch das 12. Capitel *de interpretatione*, auf welches auch Vives mit ſeiner Kritik direct Bezug nimmt. Hier begegnet dem Ariſtoteles ein gar ſeltſames und für uns ſehr auffallendes Miſsverſtändniſs, welches wir übrigens als ein Zeugniſs dafür auffaſſen dürfen, wie groſse Geiſtesarbeit es gekoſtet hat, bis man über die einfachſten und uns ganz ſelbſtverſtändlich ſcheinenden Satzverhältniſſe im Klaren war. Indem er nämlich unterſuchen will, welches die Negation eines Urtheils der Möglichkeit oder der Nothwendigkeit ſei, ſtöſst er auf den Ausdruck δυνατὸν εἶναι in dem Sinne von »möglich zu ſein«; er verwechſelt aber dieſen Fall, in welchem der Infinitiv εἶναι von δυνατόν abhängt, mit derjenigen Conſtruction, in welcher εἶναι der Infinitiv der Copula iſt und δυνατὸν εἶναι in dem einfachen Sinne von »möglich ſein« zuſammen das Prädicat bildet.*) Statt zu ſagen, Ariſtoteles

*) So erklärt vollkommen richtig Waitz, Organon I, 359. Prantl I, 177, Anm. 280, ſpricht zwar von einem unerklärlichen Irrthum, den Waitz begangen habe, allein ſeine eigene Erklärung läuft auf daſſelbe hinaus. Man habe an Sätze zu denken, wie ἄνθρωπος δυνατός ἐστι δίκαιος εἶναι. In dieſen Sätzen gehört aber offenbar die Negation zu ἐστί und nicht zu δυνατός, ganz wie in ἄνθρωπος λευκός ἐστι. Läſst man nun das ἐστί des regierenden Prädicates weg, ſo verbindet ſich eben δυνατός mit δίκαιος εἶναι ganz in dem von Waitz angegebenen Abhängigkeitsverhältniſſe, und nur in dieſem Falle gehört die Negation zu δυνατός.

verwechsle dieſe beiden Fälle, iſt es freilich hiſtoriſch richtiger und zugleich billiger, wenn man ſagt, er ſtöſst hier auf den Unterſchied derſelben, kommt aber über die Verſchiedenheit des grammatiſchen Verhältniſſes nicht in's Klare. Er macht die Entdeckung, daſs bei δυνατὸν εἶναι im Sinne von »möglich zu ſein« die Negation nicht, wie z. B. bei λευκὸς εἶναι, zur Copula gehöre, ſondern daſs ſie zu δυνατόν geſtellt werden müſſe. In dieſem Unterſchiede nun findet er eine Beſonderheit der Sätze mit einem Modus, und es iſt daher begreiflich, daſs ſeine ſpäteren Kritiker, ganz wie die unberufenen Fortbildner ſeines Gedankens, den Begriff der Modalität auf alle diejenigen Fälle ausdehnten, in welchen das »Sein« von einem andern Begriffe abhängig gemacht wird. Im Extrem finden wir dies bei Lorenzo Valla, der ſein »*honeſtum eſt pro patria pugnare*« mit den Modalitätsſätzen gleich ſtellt. Die ſpäteren Scholaſtiker dagegen wurden, wie wir aus Vives entnehmen, dadurch in engern Schranken gehalten, daſs ſie das Weſen der Modalitätsurtheile in dem Verhältniſs des Subjectes zu dem Inhalt der Ausſage fanden. Das war zwar nicht ariſtoteliſch, aber es war ein Schritt über Ariſtoteles hinaus zu derjenigen Auffaſſung des Modalitätsverhältniſſes, welche durch Kant die herrſchende geworden iſt.

Man hat neuerdings diejenigen Urtheile, in welchen eine »reale« Möglichkeit oder Nothwendigkeit ausgeſprochen wird, als aſſertoriſche bezeichnet und die Modalität des Problematiſchen und des Apodiktiſchen auf diejenigen Fälle beſchränkt, in welchen ein Zweifel oder eine auf Beweis gegründete Ueberzeugung ausgedrückt wird. Dieſe ganze Auffaſſungsweiſe iſt Ariſtoteles fremd. Wie er ſogar die Negation in die Dinge verlegte, ſo iſt ihm auch der begründete Zweifel ſtets identiſch mit einer in der Sache ſelbſt liegenden Unentſchiedenheit. Aber ſelbſt der metaphyſiſche Unterſchied zwiſchen der Unentſchiedenheit auf dem Gebiete des Zufalls und der Unfertigkeit auf dem Gebiete des organiſchen Werdens fällt für die logiſche Technik bei Seite.

In dieſer ariſtoteliſchen Auffaſſung der Modalität macht ſich nicht nur der Grundfehler des ganzen ariſtoteliſchen Syſtems geltend, welcher in der Verlegung ſubjectiver Elemente in die Dinge beſteht; es iſt auch noch ein andrer Zug der ariſtoteliſchen Metaphyſik dabei zu beachten, der ſehr weſentlich auf die Geſtaltung der ganzen Logik, ſelbſt in ihren formalſten Theilen, eingewirkt hat. Wir können nämlich nach moderner Anſchauung die reale

Möglichkeit ganz ruhig als das Vorhandenſein gewiſſer Kräfte oder Bedingungen bezeichnen, aus denen die Sache unter Umſtänden hervorgehen wird. Soll ein derartiger Satz, wie z. B. Ueberweg conſequent behauptet, ein aſſertoriſcher ſein, ſo bezieht ſich unſere Ausſage direct auf dieſe Kräfte oder Bedingungen, und die Sache, welche werden ſoll, ſchlieſst ſich als eine eventuelle Folge daran an. Es iſt uns auch ganz geläufig, eine neue Erſcheinung auf eine Summe von Bedingungen zurückzuführen, deren vollſtändiges Zuſammentreffen das Ergebniſs mit Nothwendigkeit herbeiführt, während das theilweiſe Vorhandenſein nur eine gewiſſe Wahrſcheinlichkeit des Ereigniſſes mit ſich bringt. Dieſe ganze Betrachtungsweiſe ſtützt ſich aber, bewuſst oder unbewuſst, ſchon auf die moderne naturwiſſenſchaftliche Weltanſchauung, welche jedes Ereigniſs aus dem Zuſammenwirken unabänderlicher Naturkräfte hervorgehen läſst. Dieſe Kräfte beſtehen unabhängig für ſich; ja ſie erſcheinen uns im Getriebe des groſsen Ganzen als das eigentlich Weſentliche, als der »ruhende Pol in der Erſcheinungen Flucht«. Ganz anders bei Ariſtoteles! Ihm hat die »Möglichkeit« nur Sinn, als die unvollkommne Vorſtufe des Wirklichen. Jede Möglichkeit iſt daher ſchon concret und individuell zu faſſen als ein unfertiges Sein eines beſtimmten Dinges. Daher kann auch der geiſtige Blick auf der Möglichkeit nicht ausruhen. Sie iſt für ſich betrachtet nichts; nur in ihrer Beziehung zum vollendeten Dinge hat ſie überhaupt eine Bedeutung. Es giebt da keine Summe von Naturkräften, von welchen ein Theil vorhanden iſt, ein andrer Theil fehlt. Was der Möglichkeit fehlt, iſt nichts als reine Unbeſtimmtheit und Unfertigkeit. Der in den Dingen ſich verwirklichende Begriff hat die Materie noch nicht durchdrungen; daher die bloſse Möglichkeit.

Allerdings iſt das Mögliche bei Ariſtoteles auch ein relativ Wirkliches; die mögliche Bildſäule z. B. ein wirklicher Marmorblock. Wenn jedoch von dem letzteren ausgeſagt wird, daſs er die Möglichkeit hat, Bildſäule zu werden, ſo ſchwindet jene relative Wirklichkeit ganz aus dem Kreiſe der Betrachtung und von einer aſſertoriſchen Behauptung in Beziehung auf den Marmorblock kann keine Rede mehr ſein. Er iſt jetzt für unſer Urtheil die unfertige Bildſäule, und die Erkenntniſs dieſer unfertigen Bildſäule iſt identiſch mit dem Zweifel, ob eine ſolche werden wird oder nicht.

Das unwandelbare Ausgehen vom Begriff in ſeiner Vollendung führt, wie wir ſpäter ſehen werden, auch zu der Lehre vom parti-

cularen Urtheil. Es gäbe nicht zwei Arten von Urtheilen, wenn der Bruchtheil eines gedachten Ganzen ſelbſt zum unmittelbaren Gegenſtande der Ausſage gemacht würde. Aber dieſer Bruchtheil hat wiederum keine Bedeutung für ſich. Das Ganze bleibt das logiſche Subject und der beſchränkende Zuſatz wird daher auch nur zu einer Modification der Ausſage. Darauf beruht die ganze Exiſtenz des particularen Urtheils, deſſen Zuſammenhang mit dem Möglichkeitsurtheil ſchon oft erfaſst, aber noch niemals allſeitig in's Klare geſtellt worden iſt.

Wer alſo lehrt, daſs die reale Möglichkeit durch einen aſſertoriſchen Satz bezeichnet wird, der hat den ariſtoteliſchen Boden verlaſſen und den Boden der modernen Weltanſchauung betreten; ob aber mit hinlänglicher Conſequenz? — Sobald man die Erſcheinungen aus der Summe ihrer Bedingungen hervorgehen läſst und dabei dieſe Bedingungen als für ſich beſtehende Kräfte oder Eigenſchaften gewiſſer Dinge auffaſst, hört ſtreng genommen auch die reale Möglichkeit auf. Sie iſt nur ein letzter Reſt der ariſtoteliſchen Teleologie. Sie verlegt in die gegebenen und real vorhandenen Dinge und Kräfte eine Beziehung zu einem eventuellen Producte, welche nur in unſerem Geiſte vorhanden iſt.

Trendelenburg hat dies vollſtändig anerkannt, wenn er ſagt: »Aus dem Samen kann ein Baum, aus dem Ei ein Thier werden. Es iſt kein leeres Spiel des Gedankens. Die Möglichkeit liegt gleichſam ſinnlich vor Augen. Aber für ſich bleibt der Same Same und das Ei ein Ei. Der Gedanke greift vor und faſst dieſe vorhandenen Bedingungen mit den noch nicht vorhandenen in eine thätige Einheit zuſammen und ſpricht nun die Möglichkeit aus. So iſt das Mögliche eine eigenthümliche Doppelbildung. Die daſeienden Bedingungen werden durch die gedachten ergänzt. Da dies aber nur im Denken geſchehen kann, ſo iſt das Mögliche zunächſt auch nur ein gedachtes.«*)

Bei dieſem »zunächſt« ſollte es ſein Bewenden haben; denn wenn nur das Denken den Begriff der Möglichkeit vollziehen kann, ſo kann dieſe Thatſache durch Drehen und Wenden der Begriffe nicht mehr aufgehoben werden. Es iſt daher nur Schein, wenn Trendelenburg ſpäter zwiſchen Kant und Hegel eine mittlere, die Einſeitigkeit beider aufhebende Stellung einnehmen will. Hegel,

*) Logiſche Unterſ., 3. Aufl., II. S. 189.

welcher die Begriffe der Möglichkeit und Nothwendigkeit objectiv nimmt, wird von Trendelenburg ſcharf und treffend widerlegt; es wird gezeigt, daſs ſeine ſcheinbar objective Ableitung dieſer Begriffe in der That nur durch ein ſtillſchweigendes Hineintragen des ſubjectiven Elementes zu Stande kommt. Gegen Kant aber wird nur erinnert, daſs die Möglichkeit auf einen Theil der Bedingungen, die Nothwendigkeit auf das Ganze derſelben »zurückweiſe«. Es wird weiter gar nichts damit gewonnen, wenn hinzugefügt wird, daſs die Erkenntniſs durch dieſe lebendige Beziehung auf den Grund der Sache vermehrt worden ſei und daſs grade hierin aller Reichthum und alle Tiefe der Erkenntniſs beſchloſſen ſei. Die ganze Grundlage dieſer geprieſenen Förderung unſrer Erkenntniſs bleibt doch immer nur das »Zurückweiſen« der Möglichkeit auf einen Theil der Bedingungen. Trendelenburg liebt es, die Begriffe zu perſonificiren. Sie »ſuchen« und »wollen«, ſie »ſpringen hervor«, ſie »ſteigen« oder »ruhen«, ohne daſs immer gleich klar wäre, was dieſe Bilder bezeichnen ſollen. Das »Zurückweiſen« der Möglichkeit iſt verſtändlich. Es kann wohl nur heiſsen, daſs eine genaue Betrachtung dieſes Begriffes darauf führt, nicht nur die rein formale Seite in's Auge zu faſſen, ſondern auch die Entſtehung deſſelben, und daſs man dann auf jenen Theil der Bedingungen aufmerkſam wird, welcher einerſeits reale Bedeutung hat, anderſeits aber die Bildung des Möglichkeitsbegriffes veranlaſst. Iſt das aber eine Widerlegung Kants? Dieſer hält ſich an die logiſche Seite der Sache; Trendelenburg verlangt, daſs er auch die pſychologiſche in Betracht ziehe, weil dadurch erſt alle Tiefe der Erkenntniſs erſchloſſen werde. Iſt es aber bei einer Unterſuchung über das Weſen dieſer Begriffe nothwendig, gleich auf dieſe Tiefen der Erkenntniſs Rückſicht zu nehmen? Werden ſie ſich etwa auf ewig verſchlieſsen, wenn bei einer logiſchen Unterſuchung zunächſt auch nur das logiſche Weſen der Sache in's Auge gefaſst wird?

Trendelenburg freilich redet nicht von der pſychologiſchen Seite der Sache im Gegenſatz zur logiſchen, ſondern von der objectiven im Gegenſatz zur ſubjectiven. Als Gegner einer bloſs formalen Logik will er auch hier in der Entwicklung der modalen Kategorieen die objective und die ſubjective Seite zuſammengefaſst haben, um das wahrhaft Logiſche zu erreichen. Was aber iſt denn eigentlich das Objective in der Sache? Jener Complex von Bedingungen, von welchem Trendelenburg ſelbſt ſagt: »Für ſich bleibt

der Same Same und das Ei ein Ei«. Objectiv aber bleiben Samen und Ei doch wohl nur ſo lange, als wir ſie eben »für ſich« betrachten. Sobald der »Gedanke vorgreift«, beginnt das ſubjective Element, und nur durch dieſes wird der Same zur Möglichkeit des Baumes, das Ei zur Möglichkeit des Thieres. Dieſen ganz klaren Sachverhalt hat Trendelenburg an der gegen Kant gerichteten Stelle verdunkelt durch die Rückſichtnahme auf die Entſtehung des Möglichkeitsbegriffes, d. h. auf einen pſychologiſchen Proceſs. Kann nun aber die Thatſache, daſs ich durch den Anblick des Samenkorns veranlaſst werde, an den Baum zu denken, irgend ein neues Moment in das objective Weſen des Samenkorns hineinbringen?

Einfacher geht Ueberweg zu Werke, wenn er behauptet, die objective und reale Möglichkeit beruhe darauf, »daſs unter den Momenten, von denen die Verwirklichung abhängt, nicht blos ſubjectiv durch unſer Wiſſen um die einen und Nichtwiſſen um die anderen, ſondern auch objectiv durch die Natur der Sache eine weſentliche Scheidung begründet iſt. Die Geſammtheit dieſer Umſtände nämlich oder die Geſammturſache zerlegt ſich in der Regel in den (inneren) Grund und die (äuſseren) Bedingungen, wie z. B. die Geſammturſache des Wachsthums einer Pflanze in die organiſchen Kräfte, die dem Samen innewohnen, als den (inneren) Grund, und die chemiſchen und phyſikaliſchen Kräfte des Bodens, der Luft und des Lichtes als die (äuſseren) Bedingungen. Wo nun der Grund allein gegeben iſt, oder die Bedingungen allein, da beſteht eine reale oder objective Möglichkeit; wo beides zuſammen, eine reale oder objective Nothwendigkeit. In der Eichel liegt in dieſem Sinne die objective oder reale Möglichkeit der Entſtehung eines Eichbaums.« (Logik, 3. Aufl. S. 167; vgl. 4. Aufl. S. 172). —

Wir ſehen einſtweilen davon ab, daſs ſowohl Ueberweg als Trendelenburg eine wichtige Art der Möglichkeit ganz auſser Acht gelaſſen haben. Auch das mag einſtweilen nur erwähnt werden, daſs der Fall, in welchem ſich die Geſammturſache nach Ueberwegs Annahme zerlegen läſst, ſchwerlich die Regel bildet. Es handelt ſich für uns zunächſt nur um die Frage: ſind wir berechtigt, eine ſolche Gruppe von Bedingungen, wie ſie z. B. im Samenkorn enthalten iſt, als objective Möglichkeit des Baumes zu bezeichnen?

Darüber, daſs es in der Natur ſolche Gruppen von Stoffen und

Kräften giebt, welche uns zur Bildung eines Möglichkeitsbegriffes veranlaſſen, kann ja von vorn herein kein Zweifel ſein. Schon die bloſse Erfahrung, daſs Bäume aus Samenkörnern hervorgehn, kann ohne alle Analyſe der Bedingungen dazu führen. Es iſt dies ein pſychologiſcher Proceſs, bei welchem an der anthropomorphen Grundlage, wie überhaupt bei der urſprünglichen Bedeutung der Begriffe des Könnens, der Kraft, des Zwanges und der Nothwendigkeit, nicht zu zweifeln iſt. Beſeitigt man nun dieſen Anthropomorphismus, der mit der Entſtehung des Möglichkeitsbegriffes ſo eng verbunden iſt; was bleibt übrig? Was ſagen wir überhaupt damit, wenn wir erklären, das Samenkorn ſei die Möglichkeit des Baumes? Soll es weiter nichts heiſsen, als daſs erfahrungsmäſsig Bäume aus Samenkörnern hervorgehn, oder daſs im Samenkorn ein Theil der Bedingungen zur Entſtehung eines Baumes vereinigt iſt, dann läuft der Streit um die Möglichkeit auf einen reinen Wortſtreit hinaus. Man kann dann dieſen Begriff entbehren. Wenn man ihn beibehalten will, ſo geſchieht es aus ſprachlichen Zweckmäſsigkeitsgründen. Bei jeder genauen Analyſe eines Falles von Möglichkeit wird man aber unzweifelhaft auf die entſprechende Wirklichkeit zurückgehen müſſen. Ein ſolcher Begriff der Möglichkeit iſt ſchwerlich geeignet, als Kategorie zu gelten. Von der Eigenthümlichkeit des Problematiſchen enthält er nichts mehr, und er kann auch nicht einmal mehr im Sinne der Ueberweg'ſchen Entſprechungstheorie als reales Gegenſtück zu der ſubjectiven Ungewiſsheit verwandt werden.

Man wird vergeblich bei Ueberweg oder auch bei Trendelenburg eine vollkommen klare Antwort auf dieſe Frage ſuchen; alſo müſſen wir uns wieder an Ariſtoteles wenden, deſſen Anſicht ja doch derjenigen Trendelenburgs und Ueberwegs zu Grunde liegt. Hier finden wir Auskunft. Es liegt allerdings in dem Samenkorn etwas mehr, als dieſe beſtimmte Verbindung von Stoffen und Kräften, welche wir nach moderner Anſchauung darin finden. Es iſt der potenzielle Baum. Das Problematiſche aber iſt die in dem Samenkorn liegende Ungewiſsheit, ob es ein Baum werden will, oder nicht. Dieſe ariſtoteliſchen Begriffe muſs man nehmen, wie ſie gegeben ſind und muſs ſich dabei ſtets des vollen Gegenſatzes ſeiner Weltanſchauung gegen unſre naturwiſſenſchaftlichen Begriffe bewuſst bleiben. Man verdirbt die ariſtoteliſchen Begriffe in der Wurzel, ſobald man ſie durch Uebertragung in moderne An-

ſchauungen vermeintlich klar zu ſtellen ſucht. So kann man z. B. nicht die reale Ungewiſsheit, ob ein Baum werden ſoll oder nicht, dadurch erklären, daſs ja eben nur ein Theil der Bedingungen im Samenkorn vereinigt ſei, während die andern noch fehlen. Dieſe Auffaſſungsweiſe iſt vollkommen mit der naturwiſſenſchaftlichen Anſicht von der Nothwendigkeit alles Geſchehens nach feſten Geſetzen vereinbar; die ariſtoteliſche Auffaſſung dagegen ſteht mit dieſer Anſicht im ſchroffſten Widerſpruch. Bei der Art, wie Ueberweg ſich die Sache zurecht legt, iſt und bleibt die Ungewiſsheit bloſs im Subject, und was ihr in der Objectivität entſpricht, iſt nicht Ungewiſsheit, ſondern ein beſtimmter Sachverhalt, deſſen Vergleichung mit dem gedachten ſpäteren Zuſtande des Dinges in uns die Ungewiſsheit hervorruft.

Um die Natur des Problematiſchen in den Dingen, wie Ariſtoteles ſie faſst, vollkommen klar einzuſehen und zugleich ihre abſolute Unvereinbarkeit mit der naturwiſſenſchaftlichen Auffaſſung der Dinge zu erkennen, muſs man vor allen Dingen ſeine Lehre vom zukünftig Möglichen, wie ſie im 10. Cap. *de interpr.* niedergelegt iſt, wohl in's Auge faſſen. Hier wird ausdrücklich gelehrt, daſs von zwei entgegengeſetzten Behauptungen über Zukünftiges nicht nothwendig die eine oder die andre wahr ſein müſſe, weil in der Sache ſelbſt noch eine Unentſchiedenheit liege. Dieſe Unentſchiedenheit in den Dingen ſelbſt kann aber nicht etwa auf das momentane Fehlen gewiſſer Bedingungen im modernen Sinne zurückgeführt werden; denn nach naturwiſſenſchaftlicher Anſchauung ſind die Umſtände, welche im geeigneten Augenblick das Ereigniſs herbeiführen werden oder nicht, ſchon vorhanden; ihre Entwicklung bis zum Punkte der Entſcheidung iſt von ſtrenger Nothwendigkeit geleitet und alle Ungewiſsheit liegt nur in dem beobachtenden Subjecte, welches zur Zeit nicht alle Bedingungen überſieht. Es wäre gewiſs ein reines Verſteckenſpielen, wenn man hier behaupten wollte, auch nach moderner Anſchauung ſei hier eine reale Ungewiſsheit anzunehmen, weil eben nur eine reale Gruppe von Bedingungen vorliegt, welche zur Bildung eines gewiſſen Urtheils nicht ausreicht. Man muſs hier den Muth der Entſcheidung haben, entweder Nothwendigkeit alles Geſchehens anzunehmen, oder nicht. Im erſteren Falle iſt durchaus keine reale Ungewiſsheit vorhanden, ſondern nur ein realer Zuſtand der Dinge, welcher in uns pſychologiſch den Zuſtand der Ungewiſsheit hervorruft. Im letzteren Falle, welcher

allein der Anſicht des Ariſtoteles entſpricht, muſs man die ſtrenge Conſequenz der naturwiſſenſchaftlichen Weltanſchauung offen verwerfen. Dann, und nur dann wird vollſtändig klar, was mit der realen Ungewiſsheit gemeint iſt, und genau daſſelbe gilt von der realen Möglichkeit. Die Identität beider Fälle bedarf keines beſonderen Nachweiſes.

Die ariſtoteliſche Philoſophie muſste die Lehre von der Möglichkeit und Nothwendigkeit mit in die formale Logik hineinziehen, eben weil ſie mehr geben will, als bloſs formale Logik. Sollte ein Band der Einheit beſtehen zwiſchen Logik und Metaphyſik, ſo muſsten ſich ſo fundamentale Begriffe, wie diejenigen der Möglichkeit und Nothwendigkeit auch in der gewöhnlichen Technik bewähren und anderſeits muſste die formale Technik nothwendig ſo weit entwickelt werden, daſs ſie dieſe Begriffe in ihrem Einfluſſe auf die erſten Elemente des Beweiſes mit umfaſste. Uns, d. h. denjenigen, welche an der unbedingten Herrſchaft der Cauſalität und der Nothwendigkeit alles Geſchehens feſthalten, liegt es aus dem gleichen Grunde ob, dieſe Begriffe ſo zu analyſiren, daſs ſie vollſtändig auf Functionen aſſertoriſcher Urtheile zurückgeführt werden.

Wir beginnen mit der Nothwendigkeit. Wenn wir im Sinne der naturwiſſenſchaftlichen Weltanſchauung von der ſtrengen Nothwendigkeit alles Geſchehens reden, ſo ſcheint es faſt, als müſsten wir umgekehrt alles Aſſertoriſche auf apodiktiſche Form zurückbringen; allein es iſt leicht einzuſehen, daſs dies bei dem einfachen Wahrnehmungsurtheil, der erſten Grundlage aller unſrer Erkenntniſs, nicht richtig wäre. Wenn wir ſehen, wie ein Stein ſich von der Felswand löſt und herunterſtürzt, ſo können wir noch ſo ſehr überzeugt ſein, daſs dieſer Vorgang ein nothwendiger war, daſs der Stein in Folge der Einwirkung von Naturkräften nach unwandelbaren Geſetzen genau in dieſem Augenblick niederſtürzen muſste; — was wir wahrnehmen, iſt aber doch nicht dieſe Nothwendigkeit, ſondern das einfache Factum, deſſen Ausdruck der aſſertoriſche Satz iſt. Umgekehrt läſst ſich leicht einſehen, daſs im Begriff der Nothwendigkeit jede Vorſtellung von Zwang, von einer beſonderen Macht, welche jeden Widerſtand überwindet, auf einem tief gewurzelten Anthropomorphismus beruht, deſſen Beſeitigung in unſerm Vorſtellungsleben und im Sprachgebrauch ebenſo ſchwierig ſein würde, als ſie in der logiſchen Analyſe leicht und einfach iſt. Die

Nothwendigkeit des Geſchehens beſagt weiter nichts, als ſeine Allgemeinheit innerhalb der Grenzen eines beſtimmten Begriffs. Spreche ich dieſe Allgemeinheit in Beziehung auf einen einzelnen Fall aus, welcher dem maſsgebenden Begriff untergeordnet iſt, ſo erhalte ich den Ausdruck der Nothwendigkeit dieſes Falles. Daher gilt auch, wie ſchon Lorenzo Valla einſah, jeder Satz, welcher durch Subſumtion unter einen allgemeinen Oberſatz gewonnen wurde, mit Nothwendigkeit, und es iſt nur Sache des Sprachgebrauchs, ob man dieſer Nothwendigkeit Ausdruck geben will, oder nicht.

Der Zuſammenhang der Nothwendigkeit eines Urtheils einerſeits mit der Allgemeinheit, anderſeits mit dem Schluſsverfahren iſt ſchon ſehr früh eingeſehen und im Grunde von jeher anerkannt worden, ohne daſs man jedoch eine genauere Unterſuchung über dieſen Zuſammenhang angeſtellt hätte. Sigwart hat den Kern der Sache kurz berührt, indem er den Satz aufſtellt, daſs die Nothwendigkeit jedes Einzelnen immer nur eine bedingte iſt: »indem etwas für nothwendig erklärt wird, wird nicht ſeine Urſache, ſondern ſein Hervorgehen aus der vorhandenen Urſache für nothwendig erklärt.«*) Das Einzelne iſt nothwendig ſo oder anders, inſofern es zu einem Allgemeinen von dieſer Beſchaffenheit gehört. Mit dieſer Erkenntniſs iſt nothwendig eine andre verbunden, daſs das apodiktiſche Urtheil keineswegs höhere Gewiſsheit hat, als das aſſertoriſche: eine Erkenntniſs, durch welche ein groſses Stück von dem Gebäude der überlieferten formalen Logik umgeſtürzt wird. Wir werden darauf zurückkommen, müſſen aber zunächſt das Band zwiſchen dem Allgemeinen und Einzelnen vom Standpunkte der formalen Logik aus noch einer näheren Betrachtung unterwerfen.

Sigwart lehrt (a. a. O. S. 221), das unbedingt allgemeine Urtheil ſei nur da gerechtfertigt, wo wir von der Erkenntniſs des Weſens der Sache ausgehen können, wo wir finden, daſs die Verbindung des Prädicates mit dem Subject ſchon durch die Natur des Subjectes gegeben ſei. Die meiſten Logiker ſtehn auf demſelben Standpunkte, der ſchon durch die ariſtoteliſche Ueberlieferung begünſtigt wird. Gleichwohl iſt dieſe Beſchränkung zu verwerfen. Ein allgemeines Urtheil kann durch bloſse vollſtändige Aufzählung

*) Sigwart, Logik 1. Bd., die Lehre vom Urtheil, vom Begriff und vom Schluſs, Tübingen 1873, S. 217. —

der in ihm enthaltenen einzelnen Fälle zu Stande gekommen ſein, ſo wird doch das Band, welches nunmehr den einzelnen Fall mit dem Allgemeinen verbindet, ein Band der Nothwendigkeit ſein. Wenn ich mich erinnere, ſämmtliche Läufe meines Revolvers abgeſchoſſen zu haben, ſo kann ich gegenüber dem Bedenken, ob etwa ein beſtimmter einzelner noch geladen ſei, in apodiktiſcher Form ſagen: er muſs entladen ſein; denn ich habe ſie alle, ohne Ausnahme entladen. Hiebei wird die Richtigkeit und Zuverläſſigkeit meiner Erinnerung vorausgeſetzt. Entſteht Zweifel an dieſer, ſo kann man die Sache unterſuchen und erhält dann auf Grund dieſer unmittelbaren Wahrnehmung den aſſertoriſchen Satz: der Lauf iſt wirklich entladen.

Im wiſſenſchaftlichen Gebrauch kommen ſolche Sätze, die auf einer vollſtändigen Ueberſicht über den Umfang des übergeordneten Begriffes beruhen, verhältniſsmäſsig ſelten vor; um ſo häufiger und wichtiger dagegen ſind die Subſumtionen unter einem inductiv gewonnenen Oberſatz. Hier fehlt allerdings die von Sigwart poſtulirte unbedingte Allgemeinheit des Urtheils und dem entſprechend iſt auch die Verbindung des Prädicates mit dem Subject keineswegs durch innere Nothwendigkeit aus dem Subjectsbegriffe ſchon vorausbeſtimmt. Gleichwohl haben wir hier einen der wichtigſten, die ganze Geſchichte der neueren Wiſſenſchaften durchziehenden Fall der Nothwendigkeit vor uns; einen Fall, den die auf ariſtoteliſcher Tradition beruhende Logik bisher gänzlich überſehen hat. Jeder einzelne Fall, welcher unter den inductiven Oberſatz gehört, erhält mit Nothwendigkeit ſeine Beſtimmung. Die hypothetiſche Natur dieſer Nothwendigkeit iſt hier deutlicher als ſonſt, aber ihr Weſen iſt daſſelbe.

Jeder inductiv gewonnene Oberſatz ſollte ſtreng genommen nur particulare Form haben und die Subſumtion eines gegebenen Falles unter denſelben würde dann, wie ſchon Lorenzo Valla erkannte, nur zu einem Urtheile der Möglichkeit von einem beſtimmten Wahrſcheinlichkeitsgrade führen. Nimmt man die Sicherheit der Subſumtion als eine abſolute an, ſo hängt dieſer Wahrſcheinlichkeitsgrad ſchlechthin ab von der Annäherung des inductiven Oberſatzes an die ſtrenge Allgemeingültigkeit. Es iſt nunmehr eine Thatſache der Erkenntniſstheorie, nicht der formalen Logik, daſs die groſse Mehrzahl unſrer allgemeinen Sätze inductiver Natur iſt, und daſs wir einen beſtimmten, ſehr hohen Wahrſcheinlichkeitsgrad

in die Gewiſsheit übergehen laſſen, wie wir ſtrenge Allgemeinheit überall auszuſprechen pflegen, wo eine Anzahl von einzelnen Fällen ſich ſo verhält, daſs wir ein allgemeines Band für dieſelben nach Analogie mit andern Naturgeſetzen vorausſetzen müſſen, wiewohl wir die Natur dieſes Bandes noch nicht erkannt haben. Der inductive Proceſs mit ſeiner Sammlung der Fälle, mit ſeiner Prüfung der negativen Inſtanzen und allen ſonſtigen Vorſichtsmaſsregeln erſetzt uns bis zu einem gewiſſen Grade den directen Einblick in das Princip der Allgemeinheit; allein ſtreng logiſch genommen tritt er doch niemals an die Stelle der Erkenntniſs aus dem Weſen der Sache, ſondern nur an die Stelle eines vollſtändigen Ueberblicks über die Thatſachen, welche zum Umfange des Subjectsbegriffes gehören. Dies einmal zugegeben, tritt für die formale Logik ſofort die Conſequenz ein, daſs jeder einzelne Fall, der unter dieſen Begriff gehört, mit Nothwendigkeit das als allgemein geltende Prädicat erhält.

Es giebt alſo eine Nothwendigkeit des Umfanges der Begriffe, wie es eine Nothwendigkeit des Inhaltes giebt. Die erſtere ſtützt ſich auf die einfache Thatſache, daſs von allen unter den Subjectsbegriff gehörenden Gegenſtänden das Prädicat gilt; die letztere ſtützt ſich auf das Weſen des Subjectsbegriffes, welches nach einer Analyſe ſeines Inhaltes das Prädicat ſchon in ſich ſchlieſst. Die ariſtoteliſche Schule in der Logik hat ſich nur mit der Nothwendigkeit letzterer Art beſchäftigt; die empiriſtiſche Schule, wie ſie am vollſtändigſten von Stuart Mill vertreten wird, hat es im Grunde nur mit der Nothwendigkeit erſterer Art zu thun, da nach ihr alle Erkenntniſſe aus der Erfahrung ſtammen, die uns nur allgemeine Sätze von inductiver Geltung darbietet. Selbſt die mathematiſchen Axiome ſind nach dieſer Anſicht nur Sätze von höchſter Wahrſcheinlichkeit, die für unſer Bewuſstſein zur Gewiſsheit wird. Indirect ſind daher auch alle deducirten Wahrheiten noch mit dem Zweifel behaftet, welcher den inductiven Grundlagen der Deduction anhaftet. Der Streit der Meinungen über dieſe Frage iſt Sache der Erkenntniſstheorie. Die formale Logik aber hat bei der Analyſe des Nothwendigkeitsbegriffes beide Arten der Reduction des Apodiktiſchen auf das Aſſertoriſche in gleicher Weiſe zu berückſichtigen. Der Satz S^k muſs P ſein, heiſst alſo entweder: S^k iſt P, weil und inſofern von allen S, und zwar S^1, S^2.... S^k.... S^n erkannt iſt, daſs ſie P ſind; oder: S^k iſt P, weil und inſofern in dem

Inhalte des übergeordneten Begriffes S ſchon die Eigenſchaft P zu ſein enthalten iſt. Die erſtere Art der Nothwendigkeit iſt diejenige des Umfangs, die zweite diejenige des Inhaltes. Dieſe Bezeichnungen ſind wohl die paſſendſten vom Standpunkte der formalen Logik; vom Standpunkte der Erkenntniſstheorie könnte man ſagen: Nothwendigkeit der Thatſache und Nothwendigkeit des Weſens.

Sigwart a. a. O. S. 215 u. f. unterſcheidet ſtatt deſſen zwiſchen innerer und äuſserer Nothwendigkeit. Dieſe Unterſcheidung iſt weder formal logiſch, noch erkenntniſstheoretiſch, ſondern rein metaphyſiſch, beziehungsweiſe naturphiloſophiſch. Sie trifft mit der unſrigen nur theilweiſe zuſammen. Was Sigwart innere Nothwendigkeit nennt, iſt immer Nothwendigkeit des Inhaltes. Seine äuſsere Nothwendigkeit dagegen umfaſst Fälle von beiderlei Art und es ſcheinen ihm dabei ebenfalls weſentlich Fälle der Nothwendigkeit des Inhaltes vorgeſchwebt zu haben. Die Nothwendigkeit aus bloſser Induction kommt auch bei ihm nicht zu ihrem Rechte.

Lotze, der übrigens, wie Sigwart, in der Lehre von der Modalität der Urtheile weit über die Schranken der ſcholaſtiſchen Ueberlieferung hinausblickt, findet drei Formen der Beziehung zwiſchen S und P, die zu nothwendigen Erkenntniſſen führen: allgemeine Urtheile, bei welchen das P im S ſchon mitgedacht wird; ferner hypothetiſche und endlich disjunctive Urtheile.*) Bei den hypothetiſchen entſpringe die Nothwendigkeit, wenn man zeigt, »daſs aus dem Hinzukommen einer Bedingung X zu S ein P entſpringt, das ohne dieſe Bedingung nicht vorhanden ſein würde; dies P gilt dann nothwendig von jedem S, auf welches dieſelbe Bedingung in derſelben Weiſe einwirkt. Laſſen wir das disjunctive Urtheil einſtweilen bei Seite, ſo zeigt ſich, daſs Lotze in dieſen beiden Fällen auch nur die Nothwendigkeit des Inhaltes im Auge gehabt hat. Was die kategoriſchen Urtheile betrifft, ſo iſt dies ſchon klar aus dem, was wir oben bemerkten. Hinſichtlich der hypothetiſchen aber iſt leicht zu ſehen, daſs auch hier der gleiche Unterſchied ſtattfindet. Wenn aus dem Zuſammentreffen von S und X das P entſpringt, ſo muſs P erkennbar im Weſen dieſer Verbindung liegen; wir haben alſo den Fall der Nothwendigkeit

*) Lotze, Logik. Drei Bücher vom Denken, vom Unterſuchen und vom Erkennen. Leipzig 1874. S. 65. —

des Inhaltes vor uns. Nun kann aber auch, ohne allen directen Einblick in das Weſen der Verbindung XS, rein empiriſch feſtgeſtellt werden, daſs allemal, wenn XS zuſammentreffen, ſich auch P einfindet; alsdann gilt mit gleicher Nothwendigkeit für jeden einzelnen Fall, in welchem S zugleich X iſt, das Prädicat P. Wir haben alſo hier die Nothwendigkeit des Umfangs vor uns. Es iſt übrigens leicht zu ſehen, daſs das logiſche Band der Nothwendigkeit zwiſchen dem allgemeinen Begriff und dem untergeordneten beim hypothetiſchen Urtheile durchaus daſſelbe iſt, wie beim kategoriſchen. Dieſe Identität des rein logiſchen Verhaltens zwiſchen dem hypothetiſchen und dem kategoriſchen Urtheile findet aber nicht nur in dieſem Falle ſtatt, ſondern überall, daher denn auch die Regeln für die Behandlung hypothetiſcher Urtheile und Schlüſſe überall an denſelben Raumbildern demonſtrirt werden können, welche für kategoriſche Urtheile und Schlüſſe dienen. Von welcher Bedeutung dies für Logik und Erkenntniſstheorie iſt, werden wir weiter unten noch ſehen.

Mit dem disjunctiven Urtheil, welches die Brücke bildet aus den Elementen der formalen Logik zu den höheren, erſt in der Neuzeit entwickelten Gebieten, hat es ſeine beſondre Bewandtniſs. Es kann nicht, wie die übrigen Urtheilsformen durch das einfache Raumbild zweier Sphären dargeſtellt werden. Auch die Frage nach der Art der Nothwendigkeit iſt hier keine ganz einfache. In der Regel wird man, um einer ſtrengen Disjunction ſicher zu ſein, den Oberbegriff zu den disjuncten Prädicaten haben müſſen, um aus der Natur deſſelben durch ein diviſives Urtheil die verſchiednen coordinirten Prädicate mit Sicherheit abzuleiten. Die Entſcheidung erfolgt dann für oder gegen eine Anzahl dieſer Prädicate auf empiriſchem Wege, worauf ſich für den Reſt derſelben das Nothwendigkeitsurtheil ergiebt. Daſſelbe trägt hypothetiſchen Charakter ſowohl in Beziehung auf die Richtigkeit der Disjunction, als auch auf die empiriſche Entſcheidung; da jedoch die letztere hier in den meiſten Fällen nicht auf Induction, ſondern auf unmittelbarer Wahrnehmung des einzelnen Falles beruht, ſo kann die Nothwendigkeit gleichwohl eine vollkommen zwingende ſein. So entnehme ich z. B. aus dem Weſen des Würfels die Disjunction, daſs, wenn derſelbe zur Ruhe kommt, nur eine ſeiner ſechs Flächen nach oben liegen kann. In dem Falle eines Wurfes kann ich nunmehr durch einfache Wahrnehmung erkennen und aſſertoriſch be-

haupten, daſs die mit der Zahl 4 bezeichnete Fläche nach oben liegt. Alsdann weiſs ich mit zwingender Nothwendigkeit, daſs weder die Fläche 1, noch 2, noch 3, noch 5, noch 6 nach oben liegen kann.

Lotze's Ableitung der überhaupt möglichen Entſtehungsweiſen eines Nothwendigkeitsurtheils iſt übrigens auch unvollſtändig, da aus jedem richtigen Schluſs, welchem Modus und welcher Figur er auch angehöre, der Schluſssatz ſtets mit Nothwendigkeit hervorgeht, wiewohl wir ihn bei aſſertoriſchen Prämiſſen auch in aſſertoriſcher Form aufzuſtellen pflegen. Nehmen wir z. B. den Schluſs (Modus *Ferio*): »Kein in dunkeln Grotten lebendes Thier kann Gebrauch von Augen machen. Einige mit Augen verſehene Thiere leben in dunkeln Grotten. Alſo können einige mit Augen verſehene Thiere dieſelben nicht gebrauchen«. Hier kann ich, ſobald ich den formalen Zwang des Schluſsverfahrens hervorheben will, mit vollem Rechte beifügen: »Daraus ergiebt ſich mit Nothwendigkeit, daſs« u. ſ. w. — Dieſe formale Nothwendigkeit, welche jedem Schluſſe als ſolchem beiwohnt, wird in der Regel nicht beſonders ausgedrückt; in den Wörtchen »alſo«, »*ergo*« u. ſ. w. iſt ſie angedeutet. Daſs ſie, wie alle Nothwendigkeit, eine hypothetiſche iſt, verſteht ſich von ſelbſt. Auf der Richtigkeit der Prämiſſen und der Correctheit des Schluſsverfahrens beruht die Richtigkeit des Ergebniſſes.

Worauf aber beruht nun eigentlich die Nothwendigkeit eines Urtheils? Wenn jede Vorſtellung eines Zwanges ein Anthropomorphismus iſt und wenn die Nothwendigkeit mit der Allgemeinheit zuſammenfällt; wie ſteht es dann mit ſolchen Fällen, in denen der Schluſssatz ein ſinguläres Urtheil iſt? Die Antwort iſt, wenn man auf der Oberfläche bleiben will, leicht gegeben. Die formale Nothwendigkeit bedeutet in dieſem Falle weiter nichts, als die Unfehlbarkeit des Schluſsverfahrens ſelbſt, kraft welcher der Schluſs richtig iſt, welches Individuum auch immer an die Stelle unſres *Cajus* oder *Sempronius* trete, oder wo auch immer dieſer ſich befinden möge innerhalb der Schranken, welche der Mittelbegriff ausſpricht.

Gehen wir etwas tiefer auf den Grund der Sache ein, prüfen wir das Weſen dieſer Nothwendigkeit in erkenntniſstheoretiſcher Hinſicht, ſo ſtoſsen wir auf einen bisher nicht hinlänglich beachteten, durchaus rationellen Reſt des Anthropomorphismus, den wir mit der Ueberſetzung von Nothwendigkeit in Allgemeinheit ſchlecht-

hin eliminirt hatten. Es ist dies die negative Grundlage der Nothwendigkeit, das Nichtandersseinkönnen. Wir werden darauf geführt, sobald wir die Nothwendigkeit auf die erkenntnisstheoretische Grundlage der Anschauung in Verbindung mit dem Satze des Widerspruchs zurückführen.

Auch ohne die Analyse so weit zu treiben, ist man schon darauf gekommen, von den beiden Wechselbegriffen der Nothwendigkeit und der Unmöglichkeit den letzteren als den ursprünglichen zu erkennen. So führt Drobisch (Logik §. 58) die Unmöglichkeit direct auf den Widerspruch zurück, welcher sich bei einer versuchten Verknüpfung von Prädicat und Subject ergiebt. Die Nothwendigkeit wird sodann als eine Folge der Unmöglichkeit des Gegentheils aufgefasst. »Dass der Schlusssatz nothwendig ist«, bemerkt Drobisch dazu, »erhellt erst, wenn man sich überzeugt, dass nicht anders geschlossen werden kann. Jede Nothwendigkeit führt einen gewissen Zwang bei sich, der kein selbstauferlegter, sondern ein anderswoher kommender ist. Dieser Zwang ist der Widerspruch, der diejenige »Noth« bereitet, aus der sich das Denken durch Setzen eines nicht Widersprechenden rettet.« Es ist hier mehr als nöthig von dem Anthropomorphismus der Nothwendigkeit beibehalten, allein als genetische Erklärung der Entstehung von Begriff und Ausdruck kann die Bemerkung von Drobisch sehr wohl dienen. Das Wesentliche an der Sache ist die Voraussetzung, dass in Gedanken, oder richtiger in der Anschauung ein Versuch gemacht wird, ob nicht durch Variation der Voraussetzung ein andres Ergebniss zu erzielen sei, dass aber jedes etwa angenommene andre Ergebniss alsbald nach dem Gesetze des Widerspruchs vernichtet wird.

Am deutlichsten wird die Sache wieder durch Anwendung der schematischen Raumbilder, welche in einfachster Form dasjenige vertreten, was auf alle Fälle in irgend einer räumlich angeschauten Form vorgehen muss, wenn die Ueberzeugung sich bilden soll. Wenn man die Sphäre M in die Sphäre P hineinzeichnet und sodann S in M, so gehört zur vollen Ueberzeugung von der Nothwendigkeit des Schlusses die Variation der Sphären in Lage und Grösse, welche man mit Leichtigkeit in der Phantasie vornehmen kann. Man lässt die Sphäre M beliebig grösser oder kleiner werden, sich verschieben, in P herumrollen, und ebenso wieder S in M, und überzeugt sich dabei im Nu, dass trotz der unendlichen

Anzahl von Veränderungen es keine giebt, welche aus der Regel des Schluſſes heraustritt. Man ſieht, daſs, wo immer ich ein *S* aus *P* irgendwie heraustreten laſſe, es alsbald auch aus *M* heraustritt und alle dieſe Annahmen werden ſofort durch den Satz des Widerſpruches niedergeſchlagen. Wir ſehen alſo hier wieder, wie die räumliche Anſchauung, ganz wie in der Geometrie, die Apriorität und die Nothwendigkeit begründet. Zugleich kann man hier unmittelbar ſehen, wie das Naturgeſetz des Widerſpruchs zum Normalgeſetz wird. Die aus der Anſchauung ſich ergebende Unvereinbarkeit einer Ueberſchreitung von *M* mit der Einhaltung der Grenzen von *M* iſt noch eine unmittelbare Wirkung des Naturgeſetzes. Dadurch daſs der Verſuch als typiſch genommen und aus der Allgemeinheit die Regel gebildet wird, ergiebt ſich das Normalgeſetz. Man kann alſo behaupten, daſs das logiſche Normalgeſetz des Widerſpruches aus der Anſchauung hervorgeht, wie das Naturgeſetz der Unvereinbarkeit des Widerſprechenden aller Anſchauung zu Grunde liegt.

Das hier nachgewieſene Princip aller logiſchen Sätze und Regeln, die formale Nothwendigkeit des Aprioriſchen, liegt nicht nur der Nothwendigkeit des Umfangs, ſondern auch derjenigen des Inhalts zu Grunde; denn auch dasjenige Prädicat, welches aus dem Weſen des Subjectsbegriffes entnommen wird, ſtellen wir uns als eine Kategorie von einem beſtimmten Umfange vor, ſobald wir auf die Anwendung der logiſchen Technik übergehen. Weiterhin liegt aber dieſe rein formale Nothwendigkeit auch ebenſo dem Möglichkeitsbegriff zu Grunde, ſobald dieſer durch eine logiſche Operation gewonnen wird. Was wir ſchlechthin möglich nennen, davon können wir, ſobald die Möglichkeit aus logiſchen Regeln flieſst, ebenſo gut ſagen, es ſei mit Nothwendigkeit möglich.

Wie ſteht es nun aber mit der Zurückführung dieſer formalen Nothwendigkeit auf ein aſſertoriſch auszudrückendes Verhältniſs? Iſt ſie undurchführbar und damit die Kategorie der Nothwendigkeit dennoch als eine abſolut unentbehrliche nachgewieſen? Gewiſs nicht. Verſetzen wir uns nur wieder auf den Standpunkt des von Drobiſch in die Erklärung des Nothwendigen hineingezogenen Anthropomorphismus! Worin liegt hier der »Zwang« und die »Noth« des Nothwendigen? Wie wir geſehen haben, im Eingreifen der Negation gegenüber jedem Verſuche, in der Anſchauung die Schranke des geſetzten Begriffes zu überſchreiten. Dieſes Ver-

ſuchen, welches für die Bildung unſrer Ueberzeugung ſo weſentlich iſt, wird wie das Streben eines wollenden Weſens vorgeſtellt. Die Vorſtellung möchte dem Satz entrinnen, aber an den Grenzen des Begriffs findet ſie ſich zurückgeſtoſsen. Was iſt hier das Weſentliche für die Logik, wenn wir alle pſychologiſchen Zuthaten weglaſſen? Nichts als die Thatſache der beſtändigen Aufhebung des Widerſprechenden. Es iſt auf dem Boden der Anſchauung im Schema ein bloſser Pleonasmus, wenn man ſagt, daſs der Widerſpruch nicht beſtehen kann; als ob hinter dem Grunde des Nothwendigen noch einmal eine Nothwendigkeit ſteckte. Die Thatſache iſt, daſs er nicht beſteht, daſs jedes Urtheil, welches die Grenze des Begriffs überſchreitet, ſofort durch ein entgegengeſetztes und feſter begründetes Urtheil aufgehoben wird. Dieſe thatſächliche Aufhebung iſt aber für die Logik der letzte Grund aller Regeln. Pſychologiſch betrachtet kann man ſie auch wieder als nothwendig bezeichnen, indem man ſie als einen Specialfall eines allgemeineren Naturgeſetzes anſieht; damit aber hat die Logik nichts zu ſchaffen, welche vielmehr hier mit ſammt ihrem Grundgeſetze des Widerſpruchs erſt ihren Urſprung nimmt.

Was nunmehr Zurückführung des Möglichen auf ein Verhältniſs der Wirklichkeit betrifft, ſo können wir auch hier zunächſt die Möglichkeit des Inhaltes, von welcher oben im Anſchluſſe an die ariſtoteliſchen Ueberlieferungen ausſchlieſslich die Rede war, ergänzen durch eine Möglichkeit des Umfangs. Die erſtere beruht auf dem Vorhandenſein eines Theiles der Bedingungen des Prädicatsbegriffes, die letztere auf dem Vorkommen einiger Fälle, welche unter denſelben gehören. Der Gegenſatz der modernen Logik gegen die ariſtoteliſch-ſcholaſtiſche tritt hier noch ſchärfer hervor als bei der Nothwendigkeit, denn die Möglichkeit des Umfanges iſt in Verbindung mit den Methoden der rationellen Empirie zu dem groſsen Hebel der Entdeckung geworden, welcher ſchon ſo manche wiſſenſchaftliche Wahrheit enthüllt hat und noch einer ungleich ausgedehnteren Anwendung fähig iſt. Als Grundlage der Wahrſcheinlichkeitsrechnung und der ſtatiſtiſchen Schlüſſe bildet ſie die ſtärkſte Wurzel der höheren formalen Logik, welche das Alterthum und das Mittelalter nicht kannten, und deren conſequenter Gebrauch uns nur um ſo tiefere Blicke in das innere Weſen und den Cauſalzuſammenhang der Dinge thun läſst, je mehr anſcheinend von rein äuſserlichen Daten ausgegangen wird.

Lorenzo Valla lehrt, die Möglichkeit ergebe ſich aus der Subſumtion eines Falles unter einen Oberſatz von nur particularer Gültigkeit. Als richtiger Vorläufer der modernen Weltanſchauung hat er dabei ſofort den Fall der Möglichkeit des Umfangs, d. h. der rein empiriſch feſtgeſtellten Möglichkeit herausgegriffen. Der Ariſtoteliker leitet die Möglichkeit, daſs aus dem Samenkorne ein Baum werden kann, aus dem Vorhandenſein eines Theiles der erforderlichen Bedingungen ab, was freilich auch noch nicht ſtreng ariſtoteliſch iſt, aber doch dem ariſtoteliſchen Gedankenkreiſe näher als die moderne empiriſtiſche Auffaſſung. Nach dieſer ſind wir einfach deshalb zu dem Urtheile berechtigt, daſs aus dem Samenkorn ein Baum werden kann, weil wir dies in der Erfahrung ſchon ſehr oft wahrgenommen haben.

Es giebt jedoch Möglichkeitsurtheile, welche ſich dieſer rein empiriſtiſchen Auffaſſung nicht fügen; z. B. die Erde kann einmal in die Sonne ſtürzen. Hier zeigt uns eine auf allgemeine Principien gegründete Rechnung die Möglichkeit der Annahme, während die Erfahrung uns gänzlich im Stich läſst. Die zu Grunde liegende Thatſache iſt hier die, daſs man für einen abſtract gefaſsten, der Erde ähnlichen Körper unter gewiſſen Vorausſetzungen den Sturz in die Sonne, d. h. ebenfalls in einen der Sonne ähnlich gedachten Körper, als nothwendig berechnet hat. Für die wirkliche Erde und die wirkliche Sonne kommen noch zahlloſe Umſtände in Betracht, welche unmöglich in die Rechnung aufgenommen werden können; z. B. die Eventualität eines gemeinſamen Unterganges durch einen dritten Körper, bevor der Zuſammenſturz eintritt, diejenige einer Zertrümmerung der Erde durch Exploſion, u. ſ. w. — Man kann nun aus dieſem Nothwendigkeitsurtheil, welches ſich auf den abſtracten Körper bezieht, den Satz ableiten, daſs ein Theil der Körper, welche dieſen Bedingungen entſprechen, auſserdem aber auch noch beliebigen unbekannten Bedingungen unterliegen, in die Sonne ſtürzen wird, weil a priori und nach Analogie aller Erfahrung anzunehmen iſt, daſs die unbekannten oder in der Rechnung fehlenden Umſtände dem Ergebniſſe ebenſo leicht günſtig als ungünſtig ſein können. Alsdann iſt auch dieſer Fall der Möglichkeit auf die Subſumtion unter ein particulares Urtheil zurückgeführt.

Auſser der Möglichkeit des Umfangs und derjenigen des Inhalts, welche beide auf gewiſſen poſitiven Erkenntniſſen beruhen, kommt nun auch noch als dritte Art die rein formale Möglich-

keit in Betracht, welche nichts ist, als die Negation der Nothwendigkeit des Gegentheils. Man kann hier den Ausdruck der subjectiven Ungewissheit unterscheiden von einem Urtheil über die objective Sachlage. Im ersteren Falle, in welchem Ueberweg allein das wahrhaft Problematische erkennen würde, haben wir im Grunde nichts vor uns, als den Ausdruck einer psychologischen Thatsache, also bei der Zurückführung auf die strenge logische Form eine assertorische Behauptung. Die feine und ausdrucksvolle Weise, in welcher die Sprache diese Ungewissheit blos andeutet, statt sie zum Gegenstande einer directen Aussage zu machen, geht die formale Logik nichts an; wie es denn einer der gröfsten Fehler in der bei uns üblichen Behandlungsweise der Logik ist, dafs die Analyse der Sprachformen beständig mit der formalen Logik vermengt wird. Keines der beiden Gebiete wissenschaftlicher Forschung kommt dabei zu seinem Rechte, während man nach strenger Ausscheidung alles formal Logischen auch die logische Analyse der Sprache mit ungleich gröfserem Erfolg in die Hand nehmen könnte, als dies bei dem herrschenden Vermengungssystem üblich ist.

Wenn die rein formale Möglichkeit als Urtheil über die objective Sachlage auftritt, so kann sie gleichwohl nichts über die Dinge als solche sagen, sondern nur über die Dinge, so weit sie uns zur Kenntnifs kommen. Es kann weiter nichts behauptet werden, als dafs in der Sachlage, so weit sie uns vorliegt, kein genügendes Material zu einer Beweisführung vorliegt. Auch das ist eine assertorische Behauptung, und auch hier liegt der Grund des Möglichkeitsbegriffes in uns selbst; nicht in den Dingen. Die aristotelische Weltanschauung vermag freilich auch diese Ungewissheit als einen Mangel der Selbstverwirklichung des Begriffs in die Dinge zu verlegen; die moderne Weltanschauung wird von dem Grundsatze ausgehen, dafs in den Dingen selbst völlige Entschiedenheit herrscht, während der Zweifel einzig in der Unvollständigkeit unsrer Einsicht in den Causalzusammenhang begründet liegt.

Schliefslich hätten wir noch in Erwägung zu ziehen, was unter der viel erwähnten Möglichkeit oder Nothwendigkeit des Wirklichen zu verstehen ist. Dem Wirklichen gegenüber können wir eine gröfsere Gewifsheit nicht erwarten und eine geringere nicht gebrauchen. Wir verlangen jedoch das Wirkliche, das uns in der unmittelbaren Wahrnehmung zunächst vereinzelt erscheint, in einen Zusammenhang zu bringen, um es zu »verstehen«, d. h. es auf

ſeine Bedingungen zurückführen zu können. Dies geſchieht am vollkommenſten durch den Nachweis einer Nothwendigkeit des Inhaltes. Wir ſehen an einem Gegenſtande eine Eigenſchaft hervortreten; dieſen Vorgang verſtehen wir, wenn wir ihn als Specialfall eines Allgemeinen kennen lernen; wenn wir den Gegenſtand unter einen Begriff ſubſumiren können, welchem die betreffende Eigenſchaft ſeinem Weſen nach zukommt. — Die Nothwendigkeit des Umfangs reicht hier nicht aus, wiewohl der menſchliche Geiſt von Natur ſehr dazu geneigt iſt, ſich bei einem Ereigniſſe zu beruhigen, ſobald es feſtſteht, daſs es zu einer ganzen Claſſe von Erſcheinungen gehört, die alle denſelben Charakter tragen. — Ganz dieſelbe Tendenz hat nun aber die Frage nach der Möglichkeit des Wirklichen. Wenn z. B. Kant fragt: wie ſind ſynthetiſche Urtheile a priori möglich? ſo zeigt uns die Antwort nicht nur wie ſie möglich, ſondern wie ſie nothwendig ſind. Man ſucht den Grund der Sache und drückt ſich ſo aus, als ſuche man eine Kraft, welche ſie hervorbringen kann, ſtatt eines Geſetzes, welches ſie hervorbringen muſs. Auch in dem Falle, auf welchen Trendelenburg (II, S. 192) beſonderes Gewicht legt, in der Conſtruction einer mathematiſchen Figur, wird uns mehr als bloſse Möglichkeit gegeben. Hier iſt die Frage eigentlich: wie entſteht ein Ding, welches der Definition entſpricht? Es wird alſo zunächſt nach der Möglichkeit deſſen gefragt, was durch einen bloſsen Begriff gedacht wird. Die Einführung der entſprechenden Anſchauung iſt die Antwort auf dieſe Frage. Die Formel: wie kann die Ellipſe wirklich ſein, geht aber inſofern weiter, als ſie auch die Kraft ſucht, welche dieſe Wirklichkeit hervorbringt. Die Frage nach der Kraft iſt aber auch hier ein bloſser Anthropomorphismus für die Frage nach dem Geſetz. Man nehme die ganze Lehre von den Kegelſchnitten im Zuſammenhange vor, und man ſieht, daſs es Ellipſen geben muſs und unter welchen Bedingungen ſie mit Nothwendigkeit zu Stande kommen.

Es giebt aber Fälle, in welchen in der That mit der Möglichkeit nur die Möglichkeit gemeint iſt, wie in den Naturerklärungen Epikurs, welche zunächſt nur den Zweck haben, zu zeigen, daſs die Sache ganz natürlich zu Stande kommen kann; ebenſo, und aus ähnlichen Urſachen, in den Wundererklärungen der Rationaliſten des vorigen Jahrhunderts. Hier handelt es ſich um die Aufſtellung eines Mittelbegriffes, welcher die Erſcheinung in den

Bereich des Natürlichen rückt. Das Urtheil aber, welches dieſem Mittelbegriff die verſuchte Erklärung als Prädicat beilegt, bleibt ein particulares. So z. B. wenn ich für die Erklärung der Sonnenfinſterniſs den Erfahrungsbegriff der Verdunkelung eines leuchtenden Körpers aufſtelle und dann ſchlieſse: Einige Verdunkelungen leuchtender Körper entſtehen durch das Dazwiſchentreten eines dunkeln Körpers. Die Sonnenfinſterniſs iſt eine ſolche Verdunkelung; alſo kann ſie auf die angegebene Weiſe entſtehen. Auch von hier aus kann man übrigens zur Nothwendigkeit vordringen, wenn man die Summe aller Möglichkeiten in einem disjunctiven Urtheil feſtzuſtellen ſucht. Geſchieht dies rein empiriſch, ſo erhält man eine Nothwendigkeit des Umfangs; geſchieht es nach einem rationellen Eintheilungsprincip aus einem übergeordneten Begriff, ſo entſteht Nothwendigkeit des Inhalts.

Bekanntlich geſtattet die Elaſticität der Sprache, daſs das Ungewiſſe als thatſächlich, oder auch als nothwendig ausgedrückt wird. Mit dieſen Variationen des Ausdrucks, die oft zu einem förmlichen Miſsbrauch der Sprache werden, hat die formale Logik nichts zu ſchaffen. Das aſſertoriſche Urtheil insbeſondere kann nicht aufgefaſst werden als Ausdruck einer beliebigen, grundloſen Behauptung, da die Logik mit ſolchen Behauptungen nichts zu ſchaffen hat. Es iſt der natürliche Ausdruck des Wirklichen, der Thatſache, und es hat daher ſeine vorzüglichſte und eigentliche Bedeutung als Ausdruck der unmittelbaren Wahrnehmung; demnächſt als Ausdruck der als ſicher angenommenen Ueberlieferung oder der inductiven Zuſammenfaſſung mehrerer Erfahrungen in einem allgemeinen Satze. Beide letztere Anwendungen ſind ſchon nicht mehr vollkommen ſtreng, allein nicht nur eine milde Praxis, ſondern die Grundbedingungen unſres Denkens ſelbſt bringen es mit ſich, daſs hier eine Grenze geſtattet wird, jenſeits welcher das ſehr Wahrſcheinliche als ſicher geſetzt wird. Auf alle Fälle iſt der aſſertoriſche Ausdruck der Ausdruck der gröſsten Gewiſsheit, welche wir haben; denn auf der unbedingten Gültigkeit der einzelnen ſinnlichen Wahrnehmung — ſofern nur die Wahrnehmung nicht mit ihrer Deutung verwechſelt wird — beruht ja ſchlieſslich der ganze Bau der Erkenntniſs. Wenn aber dies feſtſteht, ſo kann man auch nicht länger die ſcholaſtiſche Lehre von der höheren Gewiſsheit des apodiktiſchen Urtheils aufrecht erhalten, die ſich ohnehin bei den Schlüſſen aus Modalitätsurtheilen für eine nur

einigermaſsen aufmerkſame Prüfung als durchaus unhaltbar ergiebt. Die ganze, weitreichende Anwendung, welche auf dieſem Gebiete von der Regel gemacht wurde: *concluſio ſequitur partem debiliorem* iſt daher hinfällig. Wir werden dieſen Punkt, ſowie auch das Verhältniſs der Möglichkeit zur Wahrſcheinlichkeit in ſpäteren Abſchnitten noch eingehend behandeln.

III.

Das particulare Urtheil und die Lehre von der Umkehrung der Urtheile.

Die Aufſtellung des particularen Urtheils neben dem allgemeinen iſt für die ariſtoteliſch-ſcholaſtiſche Logik im guten, wie im ſchlimmen Sinne entſcheidend geweſen. Viele Mängel und Unklarheiten entſpringen aus dieſer Quelle; dagegen iſt auch mit der Auffaſſung des Urtheils, welche dieſer Annahme zu Grunde liegt, ein groſser Vortheil für das wiſſenſchaftliche Denken verbunden; ein Vortheil, den man freilich vom ariſtoteliſchen Standpunkte aus kaum recht würdigen kann: der enge Anſchluſs der logiſchen Formen an den inductiven Gang der Gedanken.

Es beſteht offenbar keine zwingende Nothwendigkeit, ein particulares Urtheil überhaupt aufzuſtellen. Sobald man ſich entſchlieſst, in dem Urtheil: »einige Menſchen ſind von ſchwarzer Hautfarbe« als Subjectsbegriff nicht »Menſchen«, ſondern »einige Menſchen« anzuſehen, bezieht ſich das Prädicat auf den ganzen Umfang des Subjectsbegriffes, und nichts hindert uns nunmehr, dies Urtheil ganz wie ein allgemeines zu behandeln. Man hat dabei nur auf den genauen Sinn des Wörtchens »Einige« zu achten. Bedenken wir, was am Schluſſe des vorhergehenden Kapitels über das Weſen des aſſertoriſchen Urtheils geſagt wurde, und fragen wir uns, wie wir überhaupt zu Urtheilen kommen können, ſo ergiebt ſich, daſs das Wörtchen »Einige« ſtets auf eine beſtimmte Summe beobachteter Einzelfälle, oder auch auf einen beſtimmten, durch ein beſondres Merkmal gekennzeichneten Bruchtheil des früheren Subjectsbegriffes gehen ſollte. Statt deſſen ver-

ſteht man darunter in der Regel einen unbeſtimmten Theil, der zum mindeſten einen einzigen Gegenſtand des Hauptbegriffes*), zum höchſten aber »vielleicht« den ganzen Umfang deſſelben umfaſst.

In der überlieferten Schullogik hat dieſe Zweideutigkeit des Particularen die heilloſeſte Verwirrung angerichtet; namentlich ſeit man die ariſtoteliſch-ſcholaſtiſche Logik des Inhaltes theilweiſe, aber ohne Conſequenz, in eine Logik des Umfangs verwandelt hat. So iſt z. B. die Lehre von der Oppoſition der Urtheile nur dann richtig, wenn die Beſchränkung als eine unbeſtimmte gefaſst wird. Der contradictoriſche Gegenſatz des Urtheils von der Form *A* kann nur dann in der Form *O* gefunden werden, wenn man letztere ſo unbeſtimmt faſst (»mindeſtens einige«), daſs ſie die Möglichkeit von *E* in ſich ſchlieſst. Umgekehrt verhält es ſich in der Lehre von der Subalternation der Urtheile. Es wäre eine rein unſinnige Behauptung, aus dem Urtheil *S a P* folge die Richtigkeit von *S i P*, wenn bei letzterem Urtheil nicht an einen beſtimmten, wiewohl nicht näher bezeichneten Bruchtheil von *S* gedacht würde. Aus der vollſtändigen Erkenntniſs, daſs alle Körper der Gravitation unterworfen ſind, kann ich nimmermehr die unvollſtändige Erkenntniſs ableiten, daſs mindeſtens ein Theil der Körper Gewicht hat. Aus der Gewiſsheit kann nimmermehr die Ungewiſsheit folgen. Wohl aber kann ich behaupten, daſs jedem beliebigen, aber an ſich beſtimmten Theile der Körper daſſelbe Prädicat zukommen müſſe, welches dem Ganzen zukommt; z. B., wenn alle Körper

*) Ein einziger Fall kann in Wirklichkeit nicht nur ausreichen, ein particulares Urtheil zu bilden, ſondern auch durch daſſelbe hindurch ſofort den Schritt der Induction zum Allgemeinen zu thun. Auf manchen Gebieten der Naturforſchung iſt das Vertrauen in die Gleichförmigkeit aller zu einer überſichtlichen Gruppe gehörigen Erſcheinungen ſo groſs, daſs man ſich dieſes Inductivſchrittes kaum noch bewuſst wird. So wird z. B., was man an einem einzigen Exemplar einer Thier- oder Pflanzenſpecies gefunden hat, unter Umſtänden ſofort als Eigenſchaft der Species ausgeſprochen. — Mit Unrecht hat man aber daraus entnommen, daſs das ſogenannte ſinguläre Urtheil bald die logiſche Natur des allgemeinen, bald die des particularen Urtheils habe. Als ſinguläres Urtheil, z. B. »die Marsbahn iſt eine Ellipſe«, hat es ſtets die Eigenſchaften des allgemeinen. Es muſs erſt durch ausdrückliche Beziehung auf den Oberbegriff den inductiven Charakter annehmen, um particular zu werden und darf dann ſchon wegen der eingefloſſenen Unbeſtimmtheit nicht mehr als ſingulares Urtheil bezeichnet werden. Ein particulares Urtheil dieſer Art wäre: »Mindeſtens eine Planetenbahn, nämlich die des Mars, iſt eine Ellipſe«.

ſchwer ſind, ſo muſs es nothwendig auch wahr ſein, daſs alle Gaſe ſchwer ſind.*)

Lotze hat mit vollem Recht darauf aufmerkſam gemacht (Logik, S. 95), daſs das »*dictum de omni et nullo*« nur richtig iſt, ſo weit man ſich ſtreng an die alte ſcholaſtiſche Formel hält: »*Quidquid de omnibus valet, valet etiam de quibusdam et de singulis*«, und »*quidquid de nullo valet, nec de quibusdam valet, nec de singulis*«. Was von »Allen« gilt, das gilt natürlich von jedem Einzelnen und alſo auch von jeder beliebigen Summe dieſer Einzelnen, inſofern man darunter wieder nur die Einzelnen verſteht. Sagt man dagegen, aus dem Urtheil »alle Menſchen ſind ſterblich« folge das Urtheil »mindeſtens einige Menſchen ſind ſterblich«, ſo leitet man aus der Gewiſsheit die Ungewiſsheit ab, was offenbar widerſinnig iſt.

Man könnte hier noch einwenden, die Logik behaupte gar nicht, daſs das eine Urtheil aus dem andern erkenntniſs-theoretiſch oder pſychologiſch folge, ſondern ſie behaupte nur, wenn das eine (materiell und an ſich) richtig ſei, ſo müſſe auch das andre richtig ſein. Wenn ich z. B. erkannt habe, daſs alle metaphyſiſchen Syſteme falſch ſind, ſo kann ich hieraus nach dem *dictum de omni et nullo* wohl ſchlieſsen, daſs alſo auch die nachkantiſchen Syſteme falſch ſind. Ich kann nicht ſchlieſsen, daſs »mindeſtens einige« falſch ſind, weil ich die Gewiſsheit in Beziehung auf alle habe. Wenn aber ein Andrer zu der Erkenntniſs gelangt iſt, daſs mindeſtens einige metaphyſiſche Syſteme falſch ſind, ſo muſs ich dieſen Satz als richtig anerkennen, da er ja die Möglichkeit deſſen, was ich ſelbſt erkannt habe, als Specialfall in ſich ſchlieſst. Mit dieſer Auskunft hat ſich auch vermuthlich die Schullogik, ſo weit man ſich nicht ſtreng an die Formel des *dictum de omni et nullo* hielt, geholfen, da die Unmöglichkeit vom Gewiſſen auf das Ungewiſſe zu ſchlieſsen, ſonſt gar zu evident wäre. Allein grade dieſe Betrachtungsweiſe führt uns darauf zurück, daſs das particulare Urtheil in ſeiner Unbeſtimmtheit überhaupt nicht der Ausdruck eines objectiven Sachverhaltes ſein kann; daſs es ſtets ſtreng genommen eine Vermuthung in ſich ſchlieſst und überhaupt in ſeiner

*) Letzteres iſt auch der Sinn des ariſtoteliſch-ſcholaſtiſchen τις, quidam, aliquis, welches bis in die neuere Zeit hinein in der Regel mit dem Subjectsbegriff im Singular verbunden wird; z. B. »aliquod animal eſt homo« in dem Sinne: irgend etwas, das Thier iſt, iſt Menſch.

taſtenden Unentſchiedenheit zunächſt nur ſubjective Geltung haben kann.*) Daſs grade hierin, ſobald man die inductive Bedeutung des particularen Urtheils in Betracht zieht, ein beſonderer Vorzug deſſelben zu ſuchen iſt, geht die formale Logik zunächſt gar nichts an. Es kann alſo auch von einer materiell und an ſich beſtehenden Richtigkeit des unbeſtimmten particularen Urtheils gar keine Rede ſein; höchſtens kann man behaupten, daſs derjenige, welcher es aufſtellt, ſubjectiv Recht habe, d. h., daſs er ſich auf dem richtigen Wege der Erkenntniſs befindet, da ja das unbeſtimmte Urtheil von der Erkenntniſs einzelner Fälle zur Erkenntniſs des Allgemeinen vorzudringen ſucht.

Wie das particulare Urtheil in der Lehre von der Umkehrung der Urtheile und in der Syllogiſtik zu verſtehen iſt, werden wir weiter unten noch ſehen. Zunächſt kommen wir auf die Behauptung zurück, daſs es gar keiner Lehren und Regeln über das particulare Urtheil bedürfte, ſobald man ſich entſchlieſsen würde, als Subjectsbegriff nicht das S der Logiker, ſondern das »Einige S« anzuſehen, vorausgeſetzt, daſs der Begriff des »Einige« in jedem Falle genau feſtgeſtellt wird. Man kann den Unterſchied, welcher oben berührt wurde, vergleichen mit dem Unterſchied in der Bedeutung des x der Mathematiker, je nachdem es entweder eine beſtimmte oder unbeſtimmte, oder aber eine variable Gröſse bezeichnet. Man kann nun offenbar ſtatt $x\ S$ ein beliebiges andres Zeichen, z. B. Σ in die Formel einſetzen, und mit dieſer alle Operationen vornehmen, welche das allgemeine Urtheil zuläſst, um dann am Schluſſe ſtatt Σ wieder $x\ S$ einzuſetzen. Wird dabei $x\ S$ ſtets genau in demſelben Sinne genommen, ſo kann nichts Unrichtiges herauskommen. Bei einem Verſuch an Beiſpielen hat man freilich beſtändig auf die Mehrdeutigkeit des ſprachlichen Ausdrucks zu achten. So umfaſst ja z. B. ſchon unſer allgemein bejahendes Urtheil, $S\ a\ P$, zwei Fälle. Denjenigen, in welchem die Sphäre von S in P enthalten iſt, und denjenigen, in welchem beide Sphären zuſammenfallen; alſo das eigentlich kategoriſche und das identiſche Urtheil. Anſcheinend widerſinnige Ergebniſſe werden ſich

*) Das einzige Objective darin iſt die Negative, womit wieder die ariſtoteliſch-ſcholaſtiſche Faſſung gut übereinſtimmt, während das moderne »Mindeſtens einige« dem Charakter einer poſitiven Behauptung über einen noch nicht vollſtändig aufgeſchloſſenen Thatbeſtand an ſich trägt.

ſtets ſo löſen, daſs der Widerſinn nicht auf das rein logiſche Ergebniſs fällt, ſondern auf den ſprachlichen Ausdruck.

Nimmt man das Beiſpiel: »einige Menſchen ſind Neger«; betrachtet man »einige Menſchen« im Sinne von »ein beſtimmter Theil der Menſchen« als Subjectsbegriff, ſo würde ſich nach der Regel der Umkehrung des allgemein bejahenden Urtheils der widerſinnig ſcheinende Satz ergeben: einige Neger ſind einige Menſchen. Dies Urtheil wäre nicht zu tadeln, wenn Neger auch ſchwarze Thiere oder ſchwarze Gegenſtände überhaupt bezeichnen könnte; aber Neger ſind ſchwarze Menſchen und das gegebene Urtheil iſt daher ein identiſches. Sagt man: ein beſtimmter Theil der Menſchen ſind die ſchwarzen Menſchen, ſo kann man umkehren in: »die ſchwarzen Menſchen ſind ein beſtimmter Theil der Menſchen« und man hat einen zwar nichtsſagenden, aber durchaus richtigen Satz.

Wir wollen hier gleich bemerken, daſs man durchaus dieſelbe Zweideutigkeit auch in der Umkehrung des gewöhnlichen allgemein bejahenden Urtheils antrifft. Wenn man z. B. den Satz hat: Die Kreiſe ſind Ellipſen, deren zwei Brennpunkte in einen zuſammenfallen, ſo müſste man nach der Schulregel umkehren: »einige Ellipſen, deren zwei Brennpunkte in einen zuſammenfallen, ſind Kreiſe«; ein offenbar unrichtiger Satz. Die Schullogik behauptet ihn gleichwohl als richtig mit den gleichen Auskunftsmitteln, welche wir oben kennen gelernt haben. »Einige« heiſst »Mindeſtens einige«, und das particulare Urtheil muſs doch richtig ſein nach dem *dictum de omni et nullo*, wenn das allgemeine richtig iſt. Was von dieſen Auskunftsmitteln zu halten iſt, haben wir ſchon oben geſehen.*)

Nimmt man das kategoriſche Beiſpiel: einige Giftſtoffe ſind organiſche Körper, ſo kann man nach gewöhnlicher Regel umkehren in: einige organiſche Körper ſind Giftſtoffe. Die Umkehrung kann aber auch lauten: einige organiſche Körper ſind einige Giftſtoffe, d. h. ſind ein beſtimmter Theil der Giftſtoffe. Man erhält

*) Natürlich läſst ſich in einer auf geometriſche Anſchauung geſtützten Logik des Umfangs das identiſche Urtheil ebenſo gut als ein bloſser Specialfall des kategoriſchen faſſen, wie in der Logik des Inhaltes, die ſich, wie wir ſpäter zeigen werden, auch auf eine arithmetiſche Anſchauung ſtützen kann. Die variabel gedachte Theilſphäre findet dann ihren Grenzfall in der Gleichheit mit der übergeordneten Sphäre. Die Unzweckmäſsigkeit dieſes Verfahrens tritt jedoch bei der modernen Logik weit mehr hervor als bei der ariſtoteliſchen.

jetzt ein identiſches Urtheil aus dem kategoriſchen. Dieſe Art des Verfahrens iſt offenbar vom Standpunkte der rein formalen Logik ſchärfer und unzweideutiger als die gewöhnliche, aber man wird auf den erſten Blick ſagen, ſie iſt auch unfruchtbarer. Grade jene Unbeſtimmtheit des gewöhnlichen Verfahrens iſt ſein Vorzug. Es iſt die inductive Bedeutung des particularen Urtheils, welche bei der Behandlung deſſelben nach Art des Allgemeinen verloren geht.

Für Ariſtoteles war gewiſs nicht dieſe inductive Bedeutung des particularen Urtheils der Grund, warum er daſſelbe einführte. Und doch berühren die entgegengeſetzten Extreme in der Erkenntniſstheorie ſich hier auf ſeltſame Weiſe. Aus der platoniſchen Ideenlehre ſtammte die Anſicht des Ariſtoteles, daſs die Welt ein Syſtem ſich verwirklichender Begriffe ſei.*) Dieſe Begriffe muſsten eine feſte, geſchloſſene Form haben. Das Unbeſtimmte als ſolches konnte nicht Begriff, noch Merkmal eines Begriffes ſein. Es war daher auch der Metaphyſik des Ariſtoteles ſchnurſtracks entgegen, ein ſolches Gebilde wie »einige Menſchen« als einen ſelbſtändigen Begriff gelten zu laſſen. Dieſe metaphyſiſche Unmöglichkeit griff in die logiſche Technik ein und indem »Menſch« als der allein berechtigte Begriff feſtgehalten wurde, ergab ſich mit Nothwendigkeit die Lehre vom particularen Urtheil mit allen ihren Vorzügen und Schwächen.

Vergleichen wir nun mit dieſem Standpunkte das Verfahren des modernen Empirikers! Dieſer hat durchaus keinen Reſpect vor den überlieferten Begriffen. Er rüttelt an allen, verſchiebt ſie, erweitert ſie; doch ruht ſein Denken ſtets in neuen Begriffen aus, welche zu dem Ergebniſſe ſeiner Experimente und Beobachtungen beſſer paſſen, als die überlieferten. Freilich werden auch die neuen, ſelbſtgeſchaffenen Begriffe niemals als abſolut feſt betrachtet. Es bleibt Alles im Fluſſe, wie bei Ariſtoteles Alles ſtehn bleibt. Gleichwohl ſtreben alle Einzelwahrnehmungen beſtändig zur allgemeinen Form des Begriffes. An die Stelle der feſten Claſſe von Dingen treten zuletzt die feſten Geſetze des Werdens und Vergehens; dieſe Geſetze, die in unſerm Geiſte begründet ſind, werden zugleich als wahre und wirkliche Grundlagen der Natur der Dinge betrachtet. Sie treten für die naturwiſſenſchaftliche Weltanſchauung

*) Vgl. Sigwart, Logik, I, S. 178.

an die Stelle der platoniſchen Ideen, und ſie gleichen dieſen in faſt ebenſo vielen Zügen, als ſie ſich von ihnen unterſcheiden. Wären dieſe Geſetze nicht in der Natur der Dinge verwirklicht, ſo gäbe es auch keine Naturerkenntniſs. Gäbe es keine zuſammengehörige, unter gemeinſamem Geſetz ſtehende Gruppen von Dingen und Vorgängen, ſo wäre die Induction ein nichtiges Spiel mit unbegründeten Sätzen.

Selbſt die extremſten Empiriſten, welche den Zweck der Forſchung überhaupt nicht in den allgemeinen Sätzen, ſondern im Uebergang von einer einzelnen Erkenntniſs zur andern erblicken, können nicht leugnen, daſs wenigſtens pſychologiſch der Gedanke des Allgemeinen die Brücke für dieſen Fortſchritt bildet; und wenn Stuart Mill als gemeinſamen Oberſatz für jeden Inductionsſchluſs das Axiom von der Gleichförmigkeit der Natur aufſtellt, ſo iſt dies Axiom nichts Andres als das alte platoniſche Element in unſrer Gedankenbildung. Die Natur iſt nicht abſolut gleichförmig, ſondern je innerhalb beſtimmter Grenzen für eine Gruppe von Erſcheinungen. Dieſe Grenzen vertreten den Begriff, das Allgemeine, die Einheit in der Vielheit der Erſcheinungen, und ſo oft wir auch im Fortgang der Erkenntniſs die Form dieſer Einheit verändern müſſen, ihr Weſen bleibt, und ſie bleibt der Leitſtern aller Unterſuchungen. Der groſse Fehler der platoniſchen und ariſtoteliſchen Philoſophie beſtand nur darin, daſs man ſich vom Zauber der Sprache täuſchen lieſs, d. h., daſs man diejenigen Combinationen der Erſcheinungen, welche ſich dem kindlichen, noch von keiner Wiſſenſchaft geleiteten Menſchengeiſte als einheitliche Gruppen aufgedrängt hatten, als die wahren und für immer gegebenen betrachtete.

Das particulare Urtheil kann ſich thatſächlich nur auf die Beobachtung einzelner, beſtimmter Fälle ſtützen. Wenn dieſe genau ſo wiedergegeben werden, wie man ſie gefunden hat, ſo entſteht ein zuſammengeſetztes Urtheil mit mehreren Subjecten, aber mit allen Eigenſchaften des allgemeinen Urtheils. Im particularen Urtheil wird dieſe Beſtimmtheit der Erkenntniſs geopfert und die Unbeſtimmtheit, welche an die Stelle geſetzt wird, kann zunächſt als Ausdruck der Vermuthung gelten, daſs es noch in andern Fällen ebenſo ſein werde, wie in den gefundenen; dahinter aber birgt ſich das Suchen nach dem Allgemeinen. Dies geſuchte Allgemeine iſt keineswegs immer der Subjectsbegriff ſelbſt, ſondern in den

meiſten Fällen eine ſpecifiſche Differenz, ein durchſchlagendes Merkmal, durch welches ſich aus dem gegebenen Gattungsbegriff eine wohlbegrenzte Species ausſcheidet. Sehr häufig aber, und bei den wichtigſten Entdeckungen, wird auch im Verfolg des inductiven Proceſſes der gegebene Subjectsbegriff ſelbſt durch das Reſultat der Forſchung verdrängt oder einer totalen Umbildung unterworfen. Die Auffindung des neuen Subjectsbegriffs iſt, wie jede Begriffsbildung, ein Act der pſychiſchen Syntheſis, vorbereitet durch den Verkehr des Geiſtes mit dem Gegenſtande der Forſchung, aber an ſich willkürlich, wagend und neuen Zerſetzungen und Umbildungen ausgeſetzt.

Wiewohl die nähere Betrachtung dieſes inductiven Proceſſes keineswegs in die formale Logik gehört, ſo iſt es doch natürlich, eine Urtheilsform, welche in dieſem Proceſs allein ihre Berechtigung hat, in die Technik hineinzuziehen, und ſie hier ausführlicher zu behandeln, als es ohne jene Beziehung geſchehen würde. Wir brauchen alſo auch das particulare Urtheil, ungeachtet ſeiner zahlreichen Zweideutigkeiten, nicht zu verwerfen. Wir müſſen es nur auf die ſtreng logiſchen Formen zurückführen, die ihm zu Grunde liegen, und dazu dienen uns wieder die entſprechenden ſchematiſchen Raumbilder. Dieſe zeigen ſich auch hier als die wahre Richtſchnur des rein Logiſchen, als das durchſchlagendſte Mittel, uns von allen Zweideutigkeiten der Sprache zu befreien, und als der zwingendſte Beweis für jede durch ſie dargeſtellte Regel. Dieſes Alles aber haftet den Raumbildern nicht zufällig an, ſondern mit Nothwendigkeit; weil die Raumvorſtellung die einzige Grundlage aller a priori gültigen Sätze iſt.

Während das allgemein bejahende Urtheil zwei Formen umfaſst, das identiſche und das kategoriſche, haben wir beim particularen auſser dieſen beiden, welche ja ebenfalls unter der Vieldeutigkeit des Particularen begriffen ſein können, noch zwei andere Begriffsverhältniſſe zu berückſichtigen, welche durch ein Urtheil ausgedrückt werden können. Es ſind dies die Kreuzung der Begriffsſphären und die Umkehrung des kategoriſchen Verhältniſſes.

In dem unzweifelhaften Beſtehen dieſer verſchiednen Begriffsverhältniſſe kann man übrigens auch vom Standpunkte der formalen Logik eine wenigſtens theilweiſe Rechtfertigung des particularen Urtheils finden. Sobald die Logik conſequent vom eigent-

lichen Kern ihrer ſicheren Technik, d. h. eben von den Begriffsverhältniſſen ausgeht, muſs ſich nothwendig das Bedürfniſs herausſtellen, auch ſolche Begriffsverhältniſſe, wie das der Kreuzung der Sphären und der Umkehrung des kategoriſchen Verhältniſſes in den Kreis der Unterſuchungen zu ziehen; zunächſt jedes einzeln; ſodann aber auch die Fälle, in welchen es zweifelhaft iſt, ob das eine oder andre ſtattfindet. Immerhin bleibt man dabei auf feſterem Boden, als wenn man von der ſchwankenden Sprachform ausgeht. Alles, was die Sprache überhaupt Logiſches enthält und enthalten kann, muſs ſich auf Begriffsverhältniſſe zurückführen und aus dieſen erklären laſſen; der Reſt bleibt rein pſychologisch zu erklären.

Verſuchen wir nunmehr, unmittelbar von den einfachen Begriffsverhältniſſen ausgehend, die Lehre von der Umkehrung der Urtheile zu entwickeln, um ſodann die Reſultate mit denjenigen der überlieferten Logik zu vergleichen, ſo müſſen wir uns wohl gegenwärtig halten, daſs die einfachen und eindeutigen Verhältniſſe, welche die ſcholaſtiſche Logik gänzlich überſieht, nicht nur ihrer elementaren Bedeutung wegen, als Beſtandtheile der ſpäter folgenden Combinationen, Erörterung verdienen, ſondern daſs ſie auch ſehr häufig in Wirklichkeit vorkommen können. Das ſchlagendſte Beiſpiel hiefür haben wir gleich zu Anfang bei den identiſchen Urtheilen. Wenn man freilich für das Begriffsverhältniſs der Identität keinen andern Ausdruck zu finden weiſs, als den des gewöhnlichen allgemein bejahenden Urtheils, und wenn man nun ſeine Regel ſchlechthin auf dieſe Sprachform ſtützt, ohne die ſachlich begründete Kenntniſs des Begriffsverhältniſſes mit herbeizuziehen, ſo bleibt man in der Zweideutigkeit der Sprachform ſtecken und die Umkehrung ergiebt eben jenes »mindeſtens einige«, welches ſich rein auf die Sprachform ſtützt und ſo oft mit dem Sachverhalt in ſchärfſten Gegenſatz tritt. Es kann aber auch das Identitätsverhältniſs in der Sprachform irgendwie angedeutet ſein, z. B. durch einen Zuſatz zur Copula oder durch den beſtimmten Artikel beim Prädicat. Alsdann iſt über die reine Umkehrbarkeit kein Zweifel mehr. Hieher gehört aber vor allen Dingen eine der wichtigſten Claſſen von Urtheilen überhaupt: das mathematiſche Urtheil, in welchem ſich das Bedürfniſs auch durch das Gleichheitszeichen ſtatt der bloſsen Copula ſeine beſondre Sprache geſchaffen hat.

Für die Logik der Begriffsverhältniſſe iſt übrigens der ſprachliche Ausdruck zunächſt ganz gleichgültig und wir ſtellen daher als erſte Regel über die Umkehrung der Urtheile auf:

Identiſche Urtheile ſind ſchlechthin umkehrbar.

Aus der Umkehrung des kategoriſchen Urtheils ergiebt ſich nunmehr ein particulares, bei welchem alle Zweideutigkeit ausgeſchloſſen iſt. Aus »alle *S* ſind *P*« wird: »ein Theil der *P* ſind *S*«, in dem Sinne: ein beſtimmter Theil und nur dieſer Theil. Es muſs aber auch, wenn das gegebene Begriffsverhältniſs ſcharf zum Ausdruck kommen ſoll, aus dem Prädicat des umgekehrten Satzes alle Unbeſtimmtheit ſchwinden. Der Ausdruck: »ein Theil der *P* iſt *S*« genügt daher noch nicht, weil hier *S* möglicher Weiſe dem Theile von *P* als Kategorie gegenüberſtehen könnte. Es muſs geſagt werden: »ein Theil der *P* ſind die *S*«, d. h. die ſämmtlichen *S*. Dies Urtheil iſt nun offenbar auch wieder ein kategoriſches. Es ſagt genau daſſelbe, wie das urſprünglich gegebene und es iſt einfach der Prädicatsbegriff an die Stelle des Subjectes geſetzt und umgekehrt. Um ſich jedoch zu überzeugen, daſs nicht bloſs eine ſprachliche Inverſion ſtattgefunden hat, ſondern daſs in der That Subjects- und Prädicatsbegriff im logiſchen Sinne ihre Stelle getauſcht haben, darf man nur das Urtheil in ein zuſammengeſetztes verwandeln: ein Theil der *P* ſind die *S'*, ein andrer die *S''* u. ſ. w. Aus dieſem könnte dann das diviſive Urtheil hervorgehn: die *P* ſind theils *S'*, theils *S''* u. ſ. w.; das logiſche Verhältniſs zwiſchen Subject und Prädicat iſt in allen dieſen Fällen weſentlich daſſelbe. Wir können daher das Urtheil: »ein Theil der *S* ſind die *P*« bezeichnen als das umgekehrte kategoriſche Urtheil. Hieraus ergiebt ſich die zweite Regel:

Das kategoriſche Urtheil kann nur wieder in ein kategoriſches umgekehrt werden, bei welchem der Subjectsbegriff die Kategorie und die Beſchränkung auf einen Theil derſelben ausdrückt, während das Prädicat die dieſem Theile entſprechende Claſſe von Gegenſtänden angiebt.

Bei dem Begriffsverhältniſſe der Kreuzung der Sphären iſt die Zuläſſigkeit der einfachen Umkehrung evident. Wenn ein Theil der *S* mit einem Theile der *P* zuſammenfällt, ſo zeigt der Augenſchein, daſs auch von eben dieſem Theile der *P* geſagt werden kann, er falle mit einem Theile der *S* zuſammen. Wir können

dieſe Urtheile als reciproc-particulare bezeichnen und die entſprechende Regel lautet:

Reciproc-particulare Urtheile ſind ſchlechthin umkehrbar.

Die einzige Form des particularen Urtheils, welche noch übrig bleibt, fällt offenbar zuſammen mit derjenigen, welche wir oben als das »umgekehrt kategoriſche« Urtheil bezeichnet haben. Ebenſo iſt klar, daſs ſich aus dieſem durch Umkehrung das urſprüngliche kategoriſche Urtheil wieder herſtellen läſst, ſobald eben über die wahre Natur des Begriffsverhältniſſes kein Zweifel übrig bleibt. Es ergiebt ſich alſo als letzte Regel für die Umkehrung der einfachen und beſtimmten Begriffsverhältniſſe:

Aus dem umgekehrt kategoriſchen Urtheil kann durch Umkehrung das direct kategoriſche hergeſtellt werden.

Das Begriffsverhältniſs der völligen Trennung, durch welches die Negation ausgedrückt wird: kein *S* iſt *P*, ſtellt ſich auf den erſten Blick als rein umkehrbar dar. Das allgemein verneinende Urtheil iſt durchaus einfach und durchſichtig, und umfaſst keinen Specialfall, wie das allgemein bejahende, der als ein beſondres Begriffsverhältniſs auszuſcheiden wäre. Es ergiebt ſich hieraus die Regel:

Das allgemein verneinende Urtheil iſt ſchlechthin umkehrbar.

Ein beſondres Begriffsverhältniſs für das partiell verneinende Urtheil giebt es nicht. Wo nur theilweiſe Verneinung iſt, iſt auch theilweiſe Bejahung, und dieſelben Raumbilder, an welchen ſich die particulare Bejahung veranſchaulichen läſst, dienen auch der particularen Verneinung. Inſofern aber das »Mindeſtens einige« des particularen Urtheils als Specialfall auch das kategoriſche und das identiſche Urtheil mit in ſich ſchlieſst, tritt hier an die Stelle das allgemein verneinende. Als beſondre Regel für die Umkehrung der beiden hier in Betracht kommenden Fälle kann man aufſtellen:

Das reciproc-particulare Urtheil, wenn verneinend genommen, iſt umkehrbar.

Das umgekehrt kategoriſche Urtheil, wenn verneinend genommen, iſt nicht umkehrbar.

Daſs das negativ particulare Urtheil der überlieferten Logik nicht umkehrbar iſt, ergiebt ſich aus der Combination dieſer beiden Fälle.

Es lieſsen ſich vielleicht noch andre Begriffsverhältniſſe auf-

finden, wie z. B. dasjenige der Begrenzung oder Berührung, welches bei einer geordneten Begriffsreihe zwiſchen zwei unmittelbar benachbarten Begriffen ſtattfinden würde oder auch bei dichotomiſcher Eintheilung eines Begriffes zwiſchen den beiden untergeordneten. Die beſondre Betrachtung derſelben iſt aber unergiebig und zumal für die Analyſe der gewöhnlichen elementaren Technik überflüſſig. Was von dieſer Art von Bedeutung iſt, wird bei der Beſprechung des disjunctiven Urtheils zu erörtern ſein. Wir haben alſo die ganze elementare logiſche Technik abzuleiten aus folgenden fünf*) einfachen Begriffsverhältniſſen.

a Identität

b kategoriſches Verhältniſs

c umgekehrtes kategoriſches Verhältniſs

d Begriffskreuzung

e Trennung.

Das allgemein bejahende Urtheil erhalten wir durch die Combination der Fälle a und b, des identiſchen und des kategoriſchen Urtheils. Weiſs man nichts weiter, als daſs entweder das eine oder das andere dieſer Begriffsverhältniſſe ſtattfindet, ſo kann man ein Urtheil, welches dieſe beiden Fälle umfaſst: die *S* ſind entweder identiſch mit den *P* oder ein Theil derſelben, dahin umkehren, daſs entweder alle *P* oder ein Theil derſelben identiſch ſind mit den *S*. Bei dieſer Art der Umkehrung iſt die Erkenntniſs, welche in dem allgemein bejahenden Urtheile liegt, möglichſt vollſtändig erhalten worden. Man geräth dabei auf ein particulares

*) Tweſten, der in ſeiner Logik (Schleswig 1825) den Begriffsverhältniſſen viele Aufmerkſamkeit ſchenkt, unterſcheidet (S. 30) deren nur vier, indem er die oben unter b und c aufgeführten Verhältniſſe als dasjenige der Unterordnung zuſammenfaſst. Es iſt aber offenbar ein groſser Unterſchied, ob das Subject dem Prädicate untergeordnet iſt, oder umgekehrt. Unterſcheidet man dieſe Fälle nicht als beſondre Begriffsverhältniſſe, ſo wird ſich eine Analyſe aller in der Logik vorkommenden Combinationen derſelben ſchwerlich durchführen laſſen.

Urtheil, welches auch ſo ausgedrückt werden kann: Mindeſtens ein Theil der *P* ſind die *S*. Daſſelbe iſt jedoch von dem particularen Urtheile der ſcholaſtiſchen Logik ſehr verſchieden. Dieſe begnügt ſich hier, ihrer ganzen Tendenz entſprechend, mit der Behauptung, daſs wenigſtens irgend einem *P* nun auch das Prädicat *S* zukommen müſſe; eine Behauptung, die ſich zu der vollſtändigen Wahrheit, wie wir ſie aus den Begriffsverhältniſſen abgeleitet haben, grade ſo verhält, wie ein durch Subalternation gewonnener Satz zu ſeinem übergeordneten. Zunächſt erhält man anſcheinend aus den Begriffsverhältniſſen ſowohl das τίς, *aliquis* der alten Logik, als auch das »Mindeſtens einige« der modernen, wenn man bedenkt, daſs der beſtimmte Theil der *P*, welcher *S* iſt, zwar an ſich beſtimmt, aber nicht gegeben iſt. Man kann ihn alſo variabel denken in allen Formen und Gröſsen innerhalb der Grenzen der Begriffsſphäre. Sodann muſs man auf die Einſicht verzichten, daſs es alle *S* ſind (die ganze Species), von denen die Ausſage gilt, daſs ſie mit »mindeſtens einigen *P*« zuſammenfallen. Das identiſche Urtheil muſs zum kategoriſchen herabgeſtimmt werden. Endlich ſchlieſst der ſprachliche Ausdruck auch noch die Möglichkeit eines Verhältniſſes der Begriffskreuzung in ſich, welche in den gegebenen Begriffsverhältniſſen gar nicht enthalten iſt.

Auf dieſem Wege läſst ſich die »*converſio per accidens*« der ſcholaſtiſchen Logik aus der ſtrengſten Analyſe der Begriffsverhältniſſe ableiten und mit dem Vorbehalt, den wir ſchon bei der Subalternation machen muſsten, auch rechtfertigen. *) Daſs ſie übrigens

*) Lotze hat auf den Verluſt an materieller Wahrheit aufmerkſam gemacht, der aus dieſer Art der Umkehrung entſteht. Wenn man das Urtheil: alle Möpſe ſind Hunde umkehrt in: einige Hunde ſind Möpſe und nun dieſes wieder umkehrt, ſo erhält man die Ausſage: einige Möpſe ſind Hunde (Logik 105); ein Urtheil, welches »formal richtig« nur in dem Sinne genannt werden kann, in welchem auch die directe Ableitung eines particularen Urtheils von dem übergeordneten allgemeinen richtig iſt. Man muſs auf das *dictum de omni et nullo* zurückgehn, um es richtig zu finden und dann heiſst der Satz nichts Andres als: ein jeder beliebige Theil der Möpſe gehört zu den Hunden, weil ſie eben alle Hunde ſind. — Trendelenburg, der aus dieſem und den damit zuſammenhängenden Mängeln einen Angriff gegen die formale Logik ſelbſt herleitet, (Log. Unterſ. 3. Aufl. S. 331 u. ff.) überſieht die geſchloſſene Conſequenz der ariſtoteliſchen Logik und beachtet nicht, daſs mit einem wirklichen Fehler in den logiſchen Regeln ſich ein ſehr ernſtes Problem aufthun würde, welches nicht mit einigen abſchätzigen Bemerkungen über den Formalismus der logiſchen Technik abzuthun iſt. In der Zurückführung alles Apodiktiſchen in

nicht auf dieſem Umwege gewonnen wurde, iſt klar und folgt auch ſchon unmittelbar aus der Tendenz der ariſtoteliſchen Logik, welche ſich ausſchlieſslich um die Frage bewegt, inwiefern ein Begriff von den Gegenſtänden eines andern ausgeſagt werden kann. Dabei werden grundſätzlich nur die zwei Fälle unterſchieden, wenn der Begriff ſchlechthin von den Gegenſtänden des andern gilt (das allgemeine und nothwendige kategoriſche Verhältniſs) und wenn er denſelben wenigſtens in irgend einem Falle zukommt (das zufällige kategoriſche Verhältniſs, bei welchem die Möglichkeit, das ἐνδέχεσθαι, den metaphyſiſchen Hintergrund bildet). Sobald man ſich damit begnügt, ergiebt ſich die *converſio per accidens* ſehr leicht aus der unmittelbaren Betrachtung der Raumbilder. Man entnimmt denſelben nur nicht alles, was aus ihnen zu leſen wäre, ſondern begnügt ſich mit der unzweifelhaften Sicherheit der Minimal-Erkenntniſs, deren man bedarf.

Das particulare Urtheil umfaſst die Möglichkeit ſämmtlicher Begriffsverhältniſſe mit einziger Ausnahme desjenigen der Trennung. Es beſagt alſo im Grunde nichts weiter, als die Negation der Negation und läſst es völlig unentſchieden, welches der poſitiven Begriffsverhältniſſe obwalte. Daraus ergiebt ſich die Regel der Umkehrung mit Leichtigkeit. Denn wenn S entweder identiſch iſt mit P, oder ein Theil der P, oder umgekehrt P ein Theil der S oder endlich S die Sphäre von P kreuzt, ſo ergiebt ſich, daſs nunmehr auch P entweder identiſch iſt mit S, oder S ein Theil der P, oder P ein Theil der S, oder endlich daſs P die Sphäre von S kreuzt. Die Begriffsverhältniſſe von der Form a und d ſind direct umkehrbar, b und c tauſchen ihre Stelle und ſo ſind wieder die nämlichen vier Begriffsverhältniſſe als möglich gegeben und nur die Negation iſt ausgeſchloſſen. Es ergiebt ſich alſo, daſs das particular bejahende Urtheil ſchlechthin umkehrbar iſt. Daſſelbe Reſultat folgt ohne Analyſe der einzelnen Fälle unmittelbar aus der Anſchauung; denn wenn einige S P ſind, ſo darf man ſich dieſe nur vergegenwärtigen, um überzeugt zu ſein, daſs mindeſtens dieſe nämlichen P auch S ſind; die Sphären mögen ſich im Uebrigen geſtalten wie ſie wollen. Damit aber iſt den Anforderungen des particularen Urtheils Genüge geſchehen.

---

der Logik auf die reinen Begriffsverhältniſſe und des Zweideutigen auf die Sprachform iſt das hier angedeutete Problem gelöſt.

Das allgemein verneinende Urtheil der ſcholaſtiſchen Logik iſt das einzige, welches keine Combinationen umfaſst. Es beruht auf einem einfachen Begriffsverhältniſſe und die Umkehrbarkeit deſſelben iſt ſchon oben gezeigt worden.

Das beſonders verneinende Urtheil ſchlieſst die beiden erſten Begriffsverhältniſſe aus und läſst die Möglichkeit der drei letzten zu. Von dieſen ſind zwei umkehrbar, das dritte aber nicht. Im umgekehrt kategoriſchen Urtheil: die S umfaſſen die P, alſo ſind mindeſtens einige S nicht P, kann man aus der Umkehrung des Verhältniſſes keinen negativen Satz in Beziehung auf P entnehmen. Wollte man aber das allgemein bejahende Urtheil: alle P ſind S als richtige Conſequenz der Umkehrung in Anſpruch nehmen, ſo käme man für das particular verneinende Urtheil doch auf kein Reſultat. Das Geſammtergebniſs würde lauten: entweder alle P ſind S, oder einige ſind nicht S, oder keines iſt S; das heiſst, alle Möglichkeiten ſind offen und eine beſtimmte Behauptung über das Verhältniſs von P und S iſt unmöglich.*) Dieſes Offenſtehen ſämmtlicher Möglichkeiten iſt, beiläufig geſagt, auch in der Syllogiſtik die Form, unter welcher ſich die Unzuläſſigkeit eines Schluſſes aus der Combination zweier Prämiſſen kund giebt.

Die Lehre von der Umkehrung der Urtheile iſt in der ariſtoteliſchen Logik ein weſentliches und unentbehrliches Stück, da ein groſser Theil der Syllogiſtik darauf ruht. Der Beweis für die Gültigkeit der Modi zweiter und dritter Figur wird hergeſtellt durch Zurückführung auf einen entſprechenden Modus der erſten Figur und bei dieſer Zurückführung ſpielt die Umkehrung der Urtheile eine ſehr bedeutende Rolle. Die moderne Logik bedarf dieſer künſtlichen Mittel nicht mehr, da ſie ſich auf die Sphärenvergleichung

*) So wenigſtens verhält es ſich für die überlieferte Logik, welche die Begriffsverhältniſſe a und b im allgemein bejahenden Urtheil zuſammenfaſst und c im particularen Urtheil verſchwinden läſst. Für die Logik der Begriffsverhältniſſe ſteht es anders. Man überzeugt ſich leicht und man kann es auch unmittelbar aus der Betrachtung der Sphärenbilder entnehmen, daſs bei der Umkehrung des particular verneinenden Urtheils zwar die Verhältniſſe b, d und e möglich ſind, dagegen a und c nicht. In der That kann ich aus dem Urtheil: Einige S ſind nicht P ſchlieſsen, daſs alſo P weder identiſch mit S ſein kann, noch ein Gattungsbegriff, welcher S als Species umfaſst. Dieſe keineswegs ganz unbedeutenden Schlüſſe läſst die ariſtoteliſch-ſcholaſtiſche Logik fallen, indem ſie ſich an den grammatiſchen Satz hält, ſtatt an die Begriffsverhältniſſe. Die Möglichkeit von b, d und e genügt alſo hier, um den Schein völliger Unbeſtimmtheit hervorzubringen.

ſtützt, aus welcher ſich der Beweis für die Schlüſſe zweiter und dritter Figur ganz ebenſo unmittelbar entnehmen läſst, als für diejenigen der erſten Figur.

Die inductive Bedeutung kommt natürlich auch in erſter Linie dem unmittelbar aus den Thatſachen erwachſenden particularen Urtheile zu; doch kann auch die Umkehrung deſſelben im Verlaufe wiſſenſchaftlicher Entdeckungen ihre Rolle ſpielen. So könnte man z. B. ſchlieſsen: Einige ſchutzloſe Thierſpecies erhalten ſich durch »Mimicry«. Einige, und vielleicht alle Species, bei denen wir »Mimicry« finden, würden ohne dieſe beſonders ſchutzlos ſein. — Das particulare Urtheil, welches aus der Umkehrung des allgemein bejahenden hervorgeht, kann nur dann eine inductive Bedeutung annehmen, wenn es ſich darum handelt, die Identität von Subjects- und Prädicatsbegriff nachzuweiſen und alſo das kategoriſche Urtheil in ein identiſches umzuwandeln.

Es wäre von groſsem Intereſſe genau zu wiſſen, wann und wie das inductive und durchaus dem modernen Geiſte entſprechende »Einige« und »Mindeſtens einige« ſtatt des ſcholaſtiſchen »Irgend ein« in die neueren Darſtellungen der Logik eingedrungen iſt. Der Gebrauch der modernen Sprachen ſtatt des Lateiniſchen dürfte daran betheiligt ſein, doch finden wir bei dem ſonſt ſo modern denkenden Verfaſſer der »*Logique, ou l'art de penſer*« in ſeiner Ueberſicht der Syllogiſtik conſequent als Ausdruck des Particularen »*Il y a*« angewendet, was noch im Weſentlichen der ariſtoteliſch-ſcholaſtiſchen Auffaſſung entſpricht; z. B.: *Il y a des méchans dans les plus grandes fortunes. Tous les méchans ſont miſérables. Il y a donc des miſérables dans les plus grandes fortunes.* — Die Engländer ſcheinen ihr »*Some*«, Einige, ſchon ſehr früh angewandt zu haben. In Deutſchland finden wir bei Wolff in den »Vernünftigen Gedanken von den Kräften des menſchlichen Verſtandes« als Ausdruck des Particularen »Etliche«. Des nämlichen Ausdrucks bedient ſich Lambert, wohl der bedeutendſte Logiker des vorigen Jahrhunderts; Kant erſetzte ihn durch das gleichbedeutende »Einige«, welches auf dieſe Autorität geſtützt, ſeitdem das Feld behauptet hat. Lambert erkannte auch ſchon klar, daſs der Ausdruck »Etliche« nicht vollſtändig genüge und zeigt (Organon I § 124), daſs man »Etliche« im Sinne von »Wenigſtens etliche« nehmen müſſe.

Der Gebrauch von »Einige« oder »Etliche« zur Bezeichnung

des Particularen hängt zuſammen mit der Auffaſſung des Allgemeinbegriffs als eines collectiven Ganzen, und dieſe Auffaſſung geht wieder Hand in Hand mit der Neigung zur Demonſtration der Begriffsverhältniſſe an geſchloſſenen, oder wenigſtens eine beſtimmte Raumgröſse darſtellenden Figuren. Zwar haben wir angenommen, daſs räumliche Anſchauung unter allen Umſtänden erforderlich iſt, um die Ueberzeugung von der Allgemeingültigkeit der logiſchen Formen zu bewirken und wir werden in einem ſpäteren Abſchnitt dieſen durchaus fundamentalen Satz noch vollſtändiger durchführen. Es bleibt jedoch immerhin ein groſser Unterſchied, ob man ſich bloſs die Art, wie ein übergeordneter Begriff ſich über den untergeordneten erſtreckt, in beliebigen Linien, Winkeln, oder auch geſchloſſenen Figuren veranſchaulicht, oder ob man die Figuren gradezu als eine Darſtellung der Summe der unter dem Begriff enthaltenen Gegenſtände betrachtet. So bedient ſich z. B. Lambert in ſeinem Organon zwar bloſser Linien zur Darſtellung des Umfangs der Begriffe; allein gleichwohl ſteht er ganz auf dem modernen Standpunkte; da er die Linien ausdrücklich als eine Darſtellung der Summe der Gegenſtände des Begriffs betrachtet. Er denkt ſich nur die nämlichen Gegenſtände alle in eine gradlinige Reihe geordnet, welche man bei geſchloſſenen Figuren ſich ſo vorſtellt, als ſeien ſie auf einer Ebene zuſammengeſtellt. Wir werden weiter unten zeigen, daſs bei conſequenter Entwicklung der modernen Logik, ſobald die Gegenſtände des Begriffs nicht nur als Summe gedacht, ſondern auch numeriſch behandelt werden, weder die graden Linien noch die jetzt allgemein üblichen Kreiſe die zweckmäſsigſten Formen der Veranſchaulichung ſind, ſondern daſs man dafür der Rechtecke bedarf.

Die Auffaſſung des Begriffes als eines collectiven Ganzen ſtimmt vollſtändig mit der inductiven und empiriſchen Richtung der modernen Wiſſenſchaften überein, wie ſie ſich anderſeits an den Nominalismus des ſpäteren Mittelalters anſchlieſst; denn wenn der Begriff nichts mehr iſt als die Zuſammenfaſſung einer Claſſe von Gegenſtänden, ſo iſt er auch nichts mehr als ein Wort. Man kann das logiſche Wort, inſofern es durch eine Definition beſtimmte Grenzen erhält, von den vieldeutigen Wörtern der unbearbeiteten Sprache unterſcheiden, aber damit wird ihm noch nicht jener höhere Rang verliehen, der nach platoniſch-ariſtoteliſcher Ueberlieferung dem Allgemeinen gegenüber dem Beſonderen und Einzelnen zu-

kommt. Hat das particulare Urtheil ſeine wahre und bleibende Bedeutung in der Anlage unſres Geiſtes zur inductiven Erkenntniſs; iſt die Wahrnehmung der einzelnen Thatſache das Fundament unſrer Urtheilsbildung; dann muſs auch der Allgemeinbegriff collective Geltung haben, und damit ſtürzt das ganze Syſtem der Conſtruction der Wiſſenſchaften aus bloſsen Begriffen. Die einzigen Wahrheiten, welche der Erfahrung zu ihrer Gültigkeit nicht bedürfen und welche uns alſo Sätze a priori geben, ſind diejenigen, welche ſich auf unmittelbare Anſchauung ſtützen. Dieſe Anſchauung iſt der Erfahrung weſensverwandt, allein wir erblicken in ihr weit deutlicher als in der Erfahrung das wahrhaft aprioriſche Element aller Erkenntniſs: die ſynthetiſche Natur unſres eignen Geiſtes. Anſcheinend redet im Apriori nur der Geiſt; in der Erfahrung nur die Dinge. In der That handelt es ſich hier nur um einen relativen Unterſchied, und die Erkenntniſſe aus bloſser Anſchauung geben den Schlüſſel zu dem Räthſel dieſes Zuſammenwirkens. Es iſt daher ſehr wohl möglich, den ſtrengſten Empirismus mit einer ungleich tieferen Auffaſſung der Erſcheinungen zu verbinden, als ſie den Empirikern der modernen, namentlich der engliſchen Schule eigen zu ſein pflegt.

Intereſſant iſt, mit welcher Schärfe Leibnitz den tief greifenden Unterſchied der ſcholaſtiſchen und der modernen Auffaſſung des Begriffs in allen ſeinen Conſequenzen erkannte. In ſeiner Abhandlung »*de ſtilo philoſophico Nizolii*« *) erwähnt er als einen ſchweren Irrthum des Nizolius, daſs das Allgemeine nichts ſei als die Summe alles Einzelnen; wenn man alſo ſage: *omnis homo eſt animal*, ſo bedeute das nichts weiter als: *omnes homines ſunt animalia.* Leibnitz giebt zu, daſs letzteres materiell richtig ſei, allein daraus folge noch nicht, daſs der Allgemeinbegriff ein *totum collectivum* ſei; vielmehr ſei er ein *totum diſtributivum:* ſei es, daſs du den Titius oder den Cajus u. ſ. w. nimmſt, ſo wirſt du immer finden, daſs er ein *animal*, oder daſs er ein empfindendes Weſen ſei. Leibnitz ſchlieſst daran die Bemerkung, daſs dieſer Irrthum ein ungemein folgenſchwerer ſei; denn wenn die Allgemeinbegriffe nichts mehr ſeien, als Summirungen der einzelnen Gegenſtände, ſo gebe es keine demonſtrirte Wiſſenſchaft mehr,

*) Leibnitii opera philoſ. ed. Erdmann, p. 70. —

ſondern nur noch Induction. »*Sed ea ratione*«, fügt er bei, »*prorſus evertuntur ſcientiae, et Sceptici vicere*«.

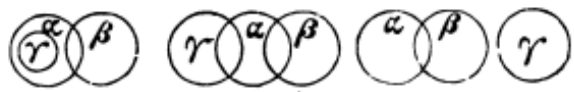
Leibnitz hat ganz recht; nur daſs das Unglück nicht ſo groſs iſt, als er es ſich denkt. Er hat noch nicht erkannt, daſs alle wahrhaft demonſtrirten Wiſſenſchaften auf der Anſchauung, und zwar auf der räumlichen Anſchauung beruhen, und daſs auf allen übrigen Gebieten die Empiriker, denn das ſind ſeine Skeptiker, mit Recht an die Stelle der demonſtrirenden Metaphyſiker treten. Die Erkenntniſstheorie der Empiriker mag eine ungenügende und oberflächliche ſein; ihre Methode aber iſt die erfolgreiche und ſie muſs auch von einer tieferen Erkenntniſstheorie beſtätigt werden.

IV.

Die Syllogistik.

Wenn es richtig ist, dafs die Anschauung der Begriffsverhältnisse in Raumbildern die eigentliche Grundlage aller logischen Technik bildet, so mufs es auch möglich sein, die ganze Syllogistik, gleich allen andern logischen Sätzen aus der blofsen Combination der Begriffsverhältnisse abzuleiten. Man mufs also, indem man jedes Begriffsverhältnifs, welches in einem Urtheile vorkommen kann, mit jedem andern combinirt, so dafs je ein Begriff, der Mittelbegriff, in den beiden combinirten Urtheilen identisch ist, alle überhaupt möglichen Verhältnisse zwischen den beiden andern ablesen können. Wir bedienen uns, um dies nachzuweisen, der im vorhergehenden Abschnitte angenommenen Bezeichnung der Begriffsverhältnisse mit den Buchstaben *a*, *b*, *c*, *d* und *e*. — Es sei beispielsweise gegeben die Combination von *e* als Obersatz (Verhältnifs zwischen β und γ) und von *d* als Untersatz (Verhältnifs zwischen α und β):

so sieht man mit Leichtigkeit, dafs zwischen α und γ die Verhältnisse *c*, *d* und *e* möglich sind:



die Verhältnisse *a* und *b* dagegen nicht; d. h. wir werden auf ein particular verneinendes Urtheil geführt. — Die griechischen Buch-

ſtaben zur Bezeichnung der einzelnen Begriffsſphären ſind hier in umgekehrter Ordnung genommen, wie bei Ariſtoteles; α bedeutet alſo den *terminus minor*, γ den *terminus major*. — In der nachſtehenden Tabelle ſind nunmehr die ſämmtlichen Combinationen je zweier Begriffsverhältniſſe mit gemeinſamem Mittelbegriff durchgeführt. Das Reſultat in Beziehung auf die möglichen Verhältniſſe von α und γ iſt nicht in Sphären ausgeführt, ſondern einfach durch die Buchſtaben *a*, *b*, *c*, *d*, *e* angedeutet.

Dieſe Tabelle bietet uns gleich in den erſten Schlüſſen die Veranſchaulichung höchſt wichtiger Grundſätze, für welche die gewöhnliche Logik keinen rechten Platz hat. Der erſte Schluſs zeigt uns, daſs zwei Begriffe, welche einem dritten gleich ſind, auch unter ſich gleich ſein müſſen; die nächſtfolgenden, ſowohl in der Horizontal- als auch in der Verticalreihe führen das Princip der Subſtitution von Gleichem für Gleiches durch alle möglichen Begriffsverhältniſſe durch. Die entſprechenden mathematiſchen Sätze, welche ſich auf Gröſsen beſchränken, erſcheinen hier als Specialfall der logiſchen, welche ſich auf Gegenſtände überhaupt beziehen. Auch die Schlüſſe *b b* und *c c* ſprechen in dieſer reinen Form ein allgemeines Princip aus. Wenn ein Begriff einem zweiten unter- oder übergeordnet iſt, und dieſer wieder einem dritten, ſo iſt auch der erſte dem dritten unter- oder übergeordnet. — Bei *b c*, *d d* und *e e* ergiebt ſich aus der Combination der Prämiſſen kein Schluſs, weil alle Begriffsverhältniſſe zwiſchen α und γ als möglich erſcheinen. In andern Fällen, z. B. bei *e b* und bei *b d* ergiebt ſich noch ein Schluſs, wo nach der ſcholaſtiſchen Logik keiner mehr gefunden wurde.

Es verſteht ſich von ſelbſt, daſs auch alle möglichen Combinationen verſchiedner Begriffsverhältniſſe gebildet werden können, ſo gut wie diejenigen, welche die ſcholaſtiſche Logik in der Sprachform vorgebildet fand. Manche derſelben können ihre gute Bedeutung haben. So kommt z. B. die Combination »entweder *b* oder *d*« in der naturwiſſenſchaftlichen Forſchung ſehr häufig vor, wo die Möglichkeiten *a* und *c*, welche das gewöhnliche particulare Urtheil mit umfaſst, von vorn herein ausgeſchloſſen ſind. Verbindet man einen ſolchen Satz mit einer zweiten Prämiſſe, z. B. mit einem Oberſatz von der Form *b*, oder auch von der zuſammengeſetzten Form »entweder *a* oder *b*«, ſo erhält ſich die gröſsere Beſtimmtheit deſſelben auch im Schluſsſatze. Wir wollen jedoch

davon abſehen, dieſe Schlufsformen hier weiter zu verfolgen und vor allen Dingen zeigen, wie ſich die Formen der überlieferten Syllogiſtik aus den einfachen Formen der Tabelle durch die bereits bekannten Combinationen der Prämiſſen ergeben.

Barbara: Die Prämiſſen haben beide die Form »entweder *a* oder *b*«. Daraus ergeben ſich für den Schlufsſatz die vier Möglichkeiten *a*, *b*, *b*, *b*. Die ungleiche Häufigkeit von *a* und *b* iſt vom Standpunkte der höheren Logik betrachtet, durchaus nicht gleichgültig. Wir wiſſen zwar auch bei den Prämiſſen nicht, was ſich hinter der Formel »entweder *a* oder *b*« für ein Verhältnifs relativer Häufigkeit bergen mag. Wohl aber ſehen wir jetzt, dafs wenn man daſſelbe als gleich annimmt, dafs alsdann im Schlufsſatz die relative Häufigkeit von *a* : *b* ſich verhält wie 1 : 3; mit andern Worten: iſt die Wahrſcheinlichkeit für den Fall der Identität in den Prämiſſen = $^1/_2$, ſo iſt ſie im Schlufsſatze nur noch = $^1/_4$. — Die überlieferte Syllogiſtik aber kümmert ſich um dieſe Frage durchaus nicht. In ihrem Sinne ſagt: »entweder *a*, oder *b*, oder *b*, oder *b*« nicht mehr als einfach »entweder *a* oder *b*«. Sobald man alſo abſieht von der relativen Häufigkeit der zwei Fälle, welche im allgemein bejahenden Urtheil zuſammengefaſst ſind, erhält man im Schlufsſatz auch die einfache Form des allgemein bejahenden Urtheils, wie in den Prämiſſen; d. h. man hat den modus »*Barbara*« vor ſich.

Celarent: Hier iſt die Rechnung ſehr einfach. Der Unterſatz von der Form »entweder *a* oder *b*« ergiebt ſowohl im einen wie im andern Falle mit dem Oberſatz von der Form *e* einen Schlufsſatz wiederum von der Form *e*. —

Darii: Hier ſind die Formen des Oberſatzes »entweder *a* oder *b*« zu verbinden mit denen des Unterſatzes »entweder *a* oder *b* oder *c* oder *d*«. Dies ergiebt zunächſt für den Fall von *a* im Oberſatze die vier Möglichkeiten des Unterſatzes *a*, *b*, *c*, *d*; ſodann für den Fall *b* im Oberſatze aus den Combinationen *a b* und *b b* beidemale *b*; aus der Combination von *c* mit *b* die vier Möglichkeiten des particularen Urtheils *a*, *b*, *c* und *d*; aus der Combination von *d* mit *b* die beiden Möglichkeiten *b* und *d*; im Ganzen alſo: *a*, *b*, *b*, *b*, *b*, *c*, *c*, *d*, *d*. Die relative Häufigkeit der einzelnen Formen iſt natürlich auch hier nicht ohne Bedeutung; abſtrahirt man jedoch von derſelben, ſo ergeben ſich wieder einfach die vier Möglichkeiten des particular bejahenden Urtheils.

Ferio: Der Oberſatz hat nur *e*; der Unterſatz die vier andern Formen. *e a* giebt *e*; *e b* giebt *e*; *e c* giebt *c*, *d*, *e* und *e d* giebt *c*, *d*, *c*. Wir haben alſo für den Schlufsſatz die Möglichkeiten *c*, *c*, *d*, *d*, *e*, *e*, *e*, *e*; d. h. unter Abſtraction von der relativen Häufigkeit die drei Möglichkeiten des particular verneinenden Urtheils.

Ceſare: Die Formen ſind in den Prämiſſen wie im Schlufsſatze ganz dieſelben wie für Celarent.

Cameſtres: Oberſatz *a* oder *c*; Unterſatz nur *e*; Schlufsſatz alſo *e* und wiederum *e*. —

Feſtino: Die Formen ſind dieſelben wie bei Ferio.

Baroco: Oberſatz *a* oder *c* (*c* tritt durch die Umſtellung der *termini* an die Stelle von *b*); Unterſatz *c*, *d*, *e*. — Aus der Verbindung des Unterſatzes mit der Form *a* im Oberſatze ergeben ſich für den Schlufsſatz zunächſt die Formen *c*, *d*, *e*; ſodann aus *c* und *c* wieder *c*; aus *c* und *d*: *c*, *d*, *e* und endlich aus *c* und *e*: *e*. Wir haben alſo die Möglichkeiten: *c*, *c*, *c*, *d*, *d*, *e*, *e*, *e* und unter Abſtraction von der relativen Häufigkeit *c*, *d* und *e*, alſo das particular verneinende Urtheil.

Darapti: Oberſatz *a* und *b*, Unterſatz *a* und *c* (in Folge der Umkehrung der zweiten Prämiſſe); Combinationen: *a*, *a*, *b*, *b*, *c*, *c*, *d*; alſo das particular bejahende Urtheil.

Felapton: Oberſatz *e*; Unterſatz *a* oder *c*; Schlufsſatz: *c*, *d*, *e*, *e*, alſo particular verneinend.

Datiſi: Dieſelben Formen wie bei Darii.

Diſamis: Oberſatz *a*, *b*, *c*, *d*; Unterſatz *a*, *c*; Schlufsſatz: *a*, *a*, *b*, *b*, *c*, *c*, *c*, *c*, *c*, *d*, *d*, *d*; alſo das particular bejahende Urtheil. (Wir geben hier, wie oben bei Darapti u. ff., nur die geordnete Summe der Möglichkeiten, da die Art, wie dieſelbe zu Stande kommt, aus den früheren, ausführlicher behandelten Fällen hinlänglich erhellt.)

Bocardo: Oberſatz *c*, *d*, *e*; Unterſatz *a*, *c*; Schlufsſatz: *c*, *c*, *c*, *d*, *d*, *e*, *e*, *e*; alſo das particular verneinende Urtheil.

Feriſon: Dieſelben Formen wie bei Ferio.

Bamalip: Oberſatz *a* oder *c*, Unterſatz ebenſo. Der Schlufsſatz hat die Formen *a*, *c*, *c*, *c*; ergiebt alſo nicht die ſämmtlichen Möglichkeiten des particular bejahenden Urtheils, ſondern ſchlechthin die Formen des umgekehrt kategoriſchen Urtheils. Dies aber iſt ganz in der Ordnung, da der Schluſs auch in der That

weiter nichts leiſtet, als daſs er die Schluſsweiſe von *Barbara* copirt und den Schluſssatz ſodann durch die *converſio per accidens* umkehrt. Dieſe aber führt, wie wir im vorhergehenden Abſchnitt eingehend erörtert haben, nicht auf die ſämmtlichen Möglichkeiten des particular bejahenden Urtheils, ſondern nur auf ein umgekehrt kategoriſches Urtheil, aus welchem man durch Verzicht auf einen Theil der Erkenntniſs zum particularen gelangt. Das hier gewonnene Ergebniſs iſt alſo nur eine glänzende Beſtätigung der Conſequenz und Richtigkeit der unmittelbar aus der Anſchauung geſchöpften Logik der Begriffsverhältniſſe.

Calemes: Wie Cameſtres.

Dimatis: Wie Disamis.

Feſapo: Wie Felapton.

Freſiſon: Wie Ferio.

Es ergiebt ſich alſo hier die geſammte ariſtoteliſch-ſcholaſtiſche Syllogiſtik als ein Specialfall der Syllogiſtik der Begriffsverhältniſſe, in welcher die eigentliche Beweiskraft für die apodiktiſch geltenden Regeln enthalten iſt. Die Sphärenbilder für die Begriffsverhältniſſe erſcheinen jetzt nicht mehr als bloſs zufällige Veranſchaulichungsmittel, bei denen die Conſequenz leicht an irgend einem Punkte aufhören könnte; ſie ſind vielmehr die nothwendige Grundlage der logiſchen Technik ſelbſt, die nach keinem Punkte über den Kreis der räumlichen Anſchauung hinauskommt.

Neuere Logiker greifen, nicht ohne Urſache, die ariſtoteliſche Lehre an, daſs der Satz: »der Menſch geht« gleichbedeutend ſei mit: »der Menſch iſt gehend«. Man hebt hervor, daſs der Satz, welcher die Handlung bezeichnet, gar kein kategoriſches Urtheil ſei und daher auch nur mit unnatürlichem Zwang in ein ſolches umgeſtaltet würde. Dabei iſt jedoch zu bemerken, daſs die ſtreng logiſche Technik ſich genau ſo weit erſtreckt, als ſich die Begriffsverhältniſſe erſtrecken. Allen weiter gehenden Betrachtungen über die Natur ſolcher Sätze, wie: »der Menſch geht«, fehlt der apodiktiſche Charakter der logiſchen Technik. Statt mit Ariſtoteles zu ſagen, der Satz ſei gleichbedeutend mit »der Menſch iſt gehend« wird man richtiger ſagen, er unterliege der logiſchen Technik, inſofern er mit letzterem gleichbedeutend ſei. Nur was ſich in die Form von Begriffsverhältniſſen bringen läſst, unterliegt der ſtreng logiſchen Technik. Setzt man alſo »iſt gehend« an die Stelle von »geht«, ſo opfert man einen Theil des lebendigen In-

haltes, welcher dem Zeitwort eigenthümlich iſt. Dies Opfer ermöglicht die Anwendung der logiſchen Regeln. Man wird es alſo allemal dann bringen dürfen und müſſen, wenn es lediglich auf die logiſche Seite des Inhalts ankommt. Iſt dies nicht der Fall, ſo iſt dann jene Oppoſition gegen die ariſtoteliſche Gleichſetzung durchaus an der Stelle. Sobald man aber, dem vollen, lebendigen Inhalte des Zeitworts zu liebe, den Boden der reinen Begriffsverhältniſſe verlaſſen hat, befindet man ſich auch nicht mehr auf dem Boden der formalen Logik, ſondern der Sprachphiloſophie. Dieſe Sprachphiloſophie kann freilich den Charakter eines Zweiges der angewandten Logik annehmen, aber dann wird auch innerhalb ihrer Sphäre ſtets das eigentlich Logiſche auf die Begriffsverhältniſſe beſchränkt bleiben.

Die eben gegebene Ableitung der ſcholaſtiſchen modi aus der Ueberſicht aller überhaupt möglichen Begriffsverhältniſſe nimmt auf die verſchiedenen Figuren keine Rückſicht. Allenthalben, wo der Schluſs ſich durch *converſio ſimplex* in einer der Prämiſſen auf einen ſchon dageweſenen Schluſs zurückführen läſst, einerlei ob dieſer der erſten Figur angehöre oder nicht, iſt das Sphärenbild das nämliche und die formale Technik giebt alſo für dieſe Schlüſſe nur eine einzige Form. Es wird jedoch dadurch weder die ariſtoteliſche Reductionsweiſe noch die Behauptung Kants von der Ueberflüſſigkeit und unnützen Spitzfindigkeit der verſchiednen Figuren begünſtigt. Allenthalben, wo die ariſtoteliſche Logik der *converſio per accidens*, der Umſtellung der Prämiſſen oder des Beweiſes durch die Unmöglichkeit des Gegentheils bedarf, erhalten wir verſchiedne Raumbilder, und diejenigen für die ſpäteren Figuren ſind ebenſo unmittelbar beweiſend, als diejenigen für die erſte Figur. Die Frage nach dem Werthe der verſchiednen ſyllogiſtiſchen Figuren geht daher offenbar über den Kreis der formalen Technik hinaus und gehört in das Gebiet der angewandten Logik. Lambert, der dieſe Frage wohl am gründlichſten behandelt hat, giebt allen vier Figuren der Scholaſtiker eine ſelbſtändige Bedeutung.*) Dem *dictum de omni et nullo*, welches die erſte Figur beherrſcht, ſtellt er ein *dictum de diverſo*, *de exemplo* und *de reciproco* zur Seite und behauptet, daſs wir ganz naturgemäſs eine Reihe von Schlüſſen in der zweiten, dritten oder vierten Figur vollziehen, bei

*) Lambert, neues Organon, I. Leipz. 1764, IV. Hauptſtück, §§ 229 — 233. —

denen die Reduction auf die erſte Figur nur zu einer unnatürlichen, dem gewohnten Gang des Denkens zuwiderlaufenden Entſtellung des Schluſſes führen würde. Lambert hat dies auch für die zweite und dritte Figur ſowohl durch treffende Beiſpiele als auch durch eingehende Erörterung bewieſen. Zugleich bemerkt er aber ſehr richtig, daſs der Unterſchied der Figuren nicht nur auf ihrer Form beruht, ſondern ſich auf die Sache ſelbſt ausdehnt, indem wir jede da gebrauchen, wo ſie natürlicher iſt. Hieran könnte der Gegner der ſyllogiſtiſchen Figuren anknüpfen und behaupten, dieſe Natürlichkeit ſei bloſse Sache des ſprachlichen Ausdrucks; man müſſe, um der Reinheit der Technik willen auf ſie verzichten, grade ſo wie man auf den natürlichen Ausdruck verzichtet, wenn man an die Stelle von »der Menſch geht« die Worte ſetzt: »der Menſch iſt gehend.« Der Einwand wäre begründet, wenn aus den Begriffsverhältniſſen nur die Schlüſſe der erſten Figur hervorgingen. Da dies aber nicht der Fall iſt, ſo behält Lambert Recht, aber die Frage überſchreitet den Kreis der formalen Logik.

Um dies noch genauer zu ſehen, dürfen wir nur den Modus Celarent näher betrachten. Nach dem *dictum de omni et nullo* aufgefaſst, enthält dieſer Modus im Oberſatz *M e P* eine allgemeine aber negative Regel in Beziehung auf das Verhältniſs von *M* zu *P*. Im Unterſatze *S a M* folgt eine Subſumtion, ganz wie im Unterſatz von *Barbara*, und es ergiebt ſich darauf der Schluſsſatz, *S e P* als Folge dieſer Subſumtion. Was hindert uns aber, denſelben Schluſs ſo aufzufaſſen, daſs der Oberſatz ſchlechthin eine Trennung der Sphären von *M* und *P* ausſpricht, der Unterſatz dagegen eine Vereinigung der Sphäre von *S* mit *M*, woraus ſich nach dem »*dictum de diverſo*« die Verſchiedenheit von *S* und *P* ergiebt? Celarent wäre alſo nach dieſer Auffaſſung auf Ceſare zurückgeführt; grade ſo, wie man ſonſt Ceſare auf Celarent zurückführt. Die logiſche Technik kann nichts dagegen einwenden. Wenn man aber die Sache und ihren naturgemäſsen ſprachlichen Ausdruck in Betracht zieht, ſo wird man, ſowohl in den Schlüſſen des täglichen Lebens, als auch in den Wiſſenſchaften, Anlaſs genug finden, die Figuren zu unterſcheiden.

Man betrachte folgende Beiſpiele! »Kein Staat im Staate kann von einer weiſen Regierung geduldet werden. Die moderne römiſche Hierarchie bildet einen Staat im Staate. Alſo kann ſie von einer weiſen Regierung nicht geduldet werden«. Hier haben

wir in der Sache ſelbſt die offenbare Subſumtion eines gegebenen Falles unter eine allgemeine Regel und daher als natürlichen Ausdruck des Gedankens einen Schluſs nach Celarent. Wollte man ſtatt deſſen ſetzen: »Nichts was von einer weiſen Regierung geduldet werden kann, iſt Staat im Staate u. ſ. w.«, ſo erhielte man allerdings einen correcten Schluſs nach Ceſare; aber wie wenig würde die Form dieſes Schluſſes zum Inhalte paſſen! — In folgendem Schluſſe dagegen iſt die zweite Figur ganz das Natürliche: »Keine Gletſcherſpuren ſind älter als die Tertiärzeit. Sehr viele Alpenthäler ſind älter als die Tertiärzeit. Alſo ſind mindeſtens viele Thalbildungen nicht Gletſcherſpuren«. Bei dieſem Schluſſe, deſſen materielle Richtigkeit wir übrigens dahingeſtellt ſein laſſen, iſt offenbar das Alter der Thalbildungen das Mittel, zu unterſcheiden, ob das Prädicat dem Subjecte zukomme oder nicht. Der Mittelbegriff enthält ein Kriterium; der ganze Schluſs iſt ein Verſchiedenheitsſchluſs und er würde ſich, auf die erſte Figur reducirt, ſehr ſonderbar ausnehmen: »Nichts, das älter iſt als die Tertiärzeit, iſt Gletſcherſpur u. ſ. w.«

Schlüſſe dieſer Art, nach Ceſare und Feſtino ſind in den Naturwiſſenſchaften ungemein häufig und wenn es auch grade hier oft vorkommt, daſs der allgemein verneinende Oberſatz ſpäter als nicht richtig erkannt wird, ſo gehören ſie doch zu den wichtigſten Mitteln wiſſenſchaftlicher Unterſuchung. Wir müſſen alſo nicht nur Schlüſſe der zweiten und dritten Figur zulaſſen, ſondern auch über den Werth derſelben gegenüber den Schlüſſen der erſten Figur ganz andre Anſichten faſſen, als die überlieferten. So iſt z. B. der Modus Baroco nach gewöhnlicher Auffaſſungsweiſe einer der werthloſeſten von allen, weil er nur particular verneinende Schluſsſätze giebt. Und doch iſt grade dieſe Schluſsform der gewöhnlichſte Weg zum Umſturz leerer Dogmen und eingewurzelter Vorurtheile. Die Aufgabe der Widerlegung irrthümlicher allgemeiner Sätze iſt aber eine ungemein wichtige. Die Natur des menſchlichen Denkens bringt es mit ſich, daſs beſtändig durch Aſſociation der Vorſtellungen und durch den natürlichen Gang zur Generaliſation allgemeine Sätze in Maſſe entſtehen, von denen nur ſehr wenige richtig ſind. Die Irrthümer befeſtigen ſich durch die Gewohnheit und müſſen endlich mühſam durch entgegenſtehende Beobachtungen ausgerottet werden, um beſſeren Vorſtellungsverbindungen Platz zu machen. Eine Schluſsweiſe aber, welche die-

ſem wichtigen Läuterungsproceſſe in formaler Hinſicht zu Grunde liegt, kann gewiſs nicht als werthlos betrachtet werden.

Gegen die dritte Figur hat Trendelenburg einen heftigen Angriff gerichtet (Log. Unterſ. 3. Aufl. II. S. 353 u. ff.), der aber ſchlechthin auf die hinlänglich beſprochenen Mängel des particularen Urtheils und ſeiner Entſtehung durch Subalternation und Umkehrung hinausläuft. Dabei iſt auch unbeachtet geblieben, daſs dieſe Mängel erſt durch den Gebrauch des modernen »Einige« zu eigentlichen Fehlern werden, während mit dem ariſtoteliſch-ſcholaſtiſchen »τις«, »*aliquis*« wenigſtens überall die Conſequenz gewahrt bleibt. Daſs ſich bei einem Modus wie Darapti ſehr häufig Fälle ergeben müſſen, in welchen die materielle Wahrheit ſtatt des particularen Urtheils ein allgemeines ergiebt, läſst ſich von vornherein annehmen und wenn man mit Beiſpielen dieſer Art die formale Logik zu erſchüttern glaubt, ſo thäte man beſſer, den Hebel gleich bei der Subalternation der Urtheile einzuſetzen. Hier darf man ja nur ſtatt des ſcholaſtiſchen *aliquis*, welches distributiv zu verſtehen iſt und auf jeden aliquoten Theil bezogen werden kann, das moderne »einige« ſetzen, zumal mit dem Nebengedanken »nur einige«, ſo erhält man lauter Unſinn. Alle Menſchen ſind ſterblich. Einige Menſchen ſind ſterblich. Alle Quadrate haben vier rechte Winkel. — Einige (vielleicht gar nur einige!) Quadrate haben vier rechte Winkel. Alle Laſter ſind verabſcheuungswerth — Einige Laſter ſind verabſcheuungswerth, u. ſ. w. — Was alſo an dieſen Angriffen etwa berechtigt iſt, gehört gar nicht hieher, ſondern iſt gleich zu Anfang bei der Lehre vom particularen Urtheil abzumachen. Die Frage nach dem Werth der dritten Figur wird alſo dadurch gar nicht berührt. Sie kann nur darauf gehen, ob es nicht Schlüſſe in der Wiſſenſchaft und im täglichen Leben giebt, welche ſich naturgemäſs in dieſer Form darſtellen, und welche dabei einen weſentlichen Zweck erfüllen.

Hier brauchte man denn nur dem Winke Lamberts zu folgen, der die dritte Figur als diejenige der Beiſpiele und Ausnahmen betrachtet, um alsbald eine ſehr ausgedehnte Anwendung derſelben wahrzunehmen. Man betrachte nur folgende Beiſpiele, denen ſich ähnliche in Maſſe zur Seite ſtellen lieſsen: »Die Zettelbanken verfolgen ausſchlieſslich ihr Privatintereſſe. Sie ſind vom Staate privilegirt. Alſo giebt es Inſtitute, welche vom Staate privilegirt ſind, die (gleichwohl) ausſchlieſslich ihr Privatintereſſe verfolgen«. »Die Handelskriſen ſind periodiſch. Sie pflegen gleichwohl die Bethei-

ligten zu überraſchen. Alſo giebt es Erſcheinungen, welche die Betheiligten überraſchen, wiewohl ſie periodiſch ſind«. »Kein Meteor ſtammt aus dem Bereich der Atmoſphäre. Alle Meteore beſtehen aus Stoffen, welche mit terreſtriſchen identiſch ſind. Es giebt alſo Stoffe, welche mit denen der Erde identiſch ſind und gleichwohl nicht aus dem Bereich der Atmoſphäre ſtammen (ſondern aus dem Weltraum)«.

Von ganz beſonderer Wichtigkeit ſind aber die poſitiv ſchlieſsenden Modi der dritten Figur bei der Vorbereitung eines Inductionsſchluſſes. Man vergleiche z. B. folgende Schlüſſe: »Die Erſcheinungen n_1, n_2, $n_3 \ldots n_n$ ſind regelmäſsig mit dem Blitz verbunden. Eben dieſelben Erſcheinungen zeigen ſich im Kleinen beim elektriſchen Funken. Alſo ſind viele Eigenſchaften des elektriſchen Funkens identiſch mit denen des Blitzes«. (Angeſtrebter Inductivſatz: der Blitz iſt ein elektriſcher Funke.) — »In den bituminöſen Schiefern von Igornay und Millary finden ſich Batrachier vor. Dieſe Schiefer gehören der paläozoiſchen Formation an. Alſo kommen in der paläozoiſchen Formation Batrachier vor«. (Worauf ſofort nach Art der inductiven Wiſſenſchaften einige andre, bisher als zweifelhaft geltende Fälle in demſelben Sinne, wie dieſe ſicheren Beiſpiele, gedeutet werden.) — »Viele Nordlichter ſtehen (nach Weyprecht) in unverkennbarem Zuſammenhange mit der Witterung. Alle Nordlichter ſind Vorgänge in den höchſten und entfernteſten Theilen der Atmoſphäre. Es giebt alſo Vorgänge in den entfernteſten Theilen der Atmoſphäre, welche mit der Witterung im Zuſammenhange ſtehen«. »Alle Höhlenfunde der Diluvialzeit zeugen für einen Zuſtand groſser Rohheit des Diluvialmenſchen. Einige dieſer Höhlenfunde enthalten wohlgebildete Schädel. Alſo ſind einige Fundſtätten wohlgebildeter Menſchenſchädel zugleich Zeugniſſe groſser Rohheit der damaligen Menſchen« (Angeſtrebter Inductionsſchluſs: Der Menſch beſaſs ſchon im Zuſtande thieriſcher Wildheit eine — den Affen weit übertreffende — wohlgebildete Schädelform).

Es giebt hier aber auch vollkommen berechtigte und zwingende Schlüſſe, welche man durch räumliche Anſchauung der Begriffsverhältniſſe ſofort als richtig anerkennt, während die ariſtoteliſch-ſcholaſtiſche Logik ſie für unzuläſſig erklären muſs. So namentlich der Schluſs aus zwei particularen Prämiſſen, der nicht immer, aber in einer beſtimmten und genau zu bezeichnenden

Gruppe von Fällen möglich iſt. Ein Beiſpiel ſei: »Faſt alle Jagdhunde ſind ſehr munter und lebenskräftig. Faſt alle Jagdhunde ſind mit einem Bandwurm behaftet. Alſo giebt es Thiere, welche mit einem Bandwurm behaftet und gleichwohl ſehr munter und lebenskräftig ſind«. Das »faſt alle« muſs nach den Regeln der überlieferten Logik ſo gut wie »Viele«, »die Meiſten«, »Einige« als Zeichen eines particularen Urtheils angeſehen werden; macht alſo den Schluſs unzuläſſig. In der Anſchauung an Begriffsſphären aber mag man die Sache drehen und wenden, wie man will; man wird finden, daſs der Schluſs zwingend und durchaus correct iſt. Dieſe Möglichkeit gleichſam in Diripti zu ſchlieſsen, beginnt ſchon, ſobald im Ober- und Unterſatz mehr als die Hälfte der Gegenſtände des Subjectbegriffes mit dem Prädicat in Verbindung gebracht werden.

Hinſichtlich der vierten Figur müſſen wir übrigens dem faſt allgemeinen Verwerfungsurtheil zuſtimmen, und auch Lamberts »Reciprocität« vermag uns nicht von der ſelbſtändigen Bedeutung derſelben zu überzeugen. Dieſe Reciprocität iſt doch bei Lichte beſehen nichts als das Princip der Umkehrung der Urtheile, und weiter leiſtet auch die ganze Figur nichts; daher man z. B. in Bamalip, wie ſchon oben gezeigt wurde, auch auf Grund der Begriffsverhältniſſe im Schluſsſatze nicht das eigentliche particulare Urtheil mit ſeinen vier Möglichkeiten erhält, ſondern nur jene Abart, welche aus der *converſio per accidens* entſteht. Am eheſten können noch diejenigen Modi Bedeutung in Anſpruch nehmen, welche keine Umkehrung des Schluſsſatzes vorausſetzen, alſo Feſapo und Freſiſon. Ein gut gewähltes Beiſpiel für den Schluſs in dieſen beiden Figuren giebt Ueberweg, Logik, § 117. Man wird ſich aber vergeblich bemühen, irgend eine wichtigere Function der wiſſenſchaftlichen Forſchung aufzufinden, welche ſich mit Vorliebe in dieſer Schluſsweiſe bewegte. Daſs übrigens die Schluſsweiſe in der vierten Figur zuläſſig iſt, wo ſie ſich irgend natürlich ergiebt, verſteht ſich von ſelbſt.

Mit der Frage nach dem wiſſenſchaftlichen Werth der Figuren ſteht aufs engſte die Behauptung der ariſtoteliſchen Logik im Zuſammenhange, daſs derjenige Schluſs der vollkommenſte und allein dem Ideal des Vernunftſchluſſes entſprechende ſei, bei welchem der Mittelbegriff zugleich den Realgrund enthalte. Wir haben hier ein rechtes Stück Platonismus vor uns. Wenn die oberſten

und allgemeinſten Begriffe und Grundſätze zugleich die ſicherſten ſind und ſich im Abſteigen des Begriffsſyſtemes zum Einzelnen dieſe Sicherheit nur abſchwächen kann, ſo muſs jede Behauptung in dem Allgemeineren, aus dem ſie ſich herleiten läſst, ihre natürliche Stütze finden. Beobachtung und Empirie gelten nichts. Die Stellung auf der Stufenleiter der Begriffe entſcheidet Alles und es kann danach kaum überhaupt einen Realgrund für etwas geben, der verſchieden wäre von dem inneren, logiſch-metaphyſiſchen Bande, welches das Begriffsſyſtem verbindet und das ganze Syſtem der Erkenntniſs an die Ideenwelt knüpft.

Man darf hier von vorn herein den ſchroffſten Gegenſatz in der modernen Logik erwarten, welche danach ſtrebt, Alles auf den feſten Boden der Thatſache zurückzuführen, von der unbedingt ſichern einzelnen Wahrnehmung auszugehen und durch Combination der Wahrnehmungen zur Erkenntniſs des Allgemeinen, d. h. der Geſetze, vorzuſchreiten. Ariſtoteles blieb hier, wie in ſo manchem andern Punkte, in der platoniſchen Anſchauung ſtecken, wiewohl er die Anfänge einer beſſeren Einſicht beſaſs. Daſs ſeine Lehre von der Induction ihn nicht dazu bringen konnte, den Schlüſſen der dritten Figur eine gröſsere Bedeutung beizulegen, folgt ſchon aus der untergeordneten Stellung, welche er der Induction überhaupt in den Vorhöfen der eigentlichen Wiſſenſchaft anwies.

Ganz aus dem gleichen Grunde konnte Ariſtoteles den ſo ungemein wichtigen Schlüſſen, bei welchen der Mittelbegriff nicht den Grund, ſondern nur irgend ein Erkennungszeichen, ein Merkmal, ein Beiſpiel u. ſ. w. enthält, nicht gerecht werden. Und doch wird unſre Erkenntniſs mit Ausnahme der wenigen Wiſſenſchaften, welche ſtreng deductiv verfahren können, faſt nur durch Schlüſſe dieſer Art erweitert und der gewöhnliche Gang iſt der, daſs wir zuerſt die Thatſache und erſt nachher den Grund derſelben erfaſſen.

Es iſt übrigens nicht ohne Intereſſe, auch hier wieder zu ſehen, wie wenig die ariſtoteliſche Technik ſich um die Metaphyſik bekümmert. Wiewohl Ariſtoteles principiell die Metaphyſik über die Logik ſtellt, ſo bleibt doch die letztere von allen den zahlreichen Anforderungen der metaphyſiſchen Erkenntniſstheorie faſt unberührt. So fällt es Ariſtoteles auch gar nicht ein, die zahlreichen Beiſpiele, welche er ſeiner Syllogiſtik einfügt, etwa ſo zu wählen, daſs wo möglich der Mittelbegriff den Grund enthält. Die Schlüſſe ſind ja

auch in formaler Hinſicht perfect, ohne den mindeſten Einfluſs jener metaphyſiſchen Lehren, und, wie ſchon früher hervorgehoben: die formale Vollkommenheit fällt am beſten in die Augen an möglichſt nichtsſagenden Beiſpielen.

Uebrigens iſt die Forderung, daſs der Mittelbegriff die Urſache enthalte, bei den neueren Ariſtotelikern, welche die modernen Naturwiſſenſchaften anerkennen und welche, wie Trendelenburg und namentlich Ueberweg, ſchon zum Theil auf dem Boden der modernen Logik ſtehen, eine ungleich einſeitigere und verwerflichere als bei Ariſtoteles ſelbſt. Einmal nämlich bringen ſie die metaphyſiſche Forderung in die Technik hinein, während bei Ariſtoteles die formalen Elemente der Logik unvermittelt und daher unverfälſcht neben den metaphyſiſchen ſtehn bleiben; ſodann aber ſchiebt ſich ihnen der moderne Begriff der Cauſalität unter, den Ariſtoteles gar nicht kannte.

Für Ariſtoteles iſt z. B. folgender Syllogismus: »Jedes Thier erkennt mit Hülfe ſinnlicher Wahrnehmungsbilder. Der Menſch iſt ein Thier, alſo erkennt er mit Hülfe ſinnlicher Wahrnehmungsbilder« ein vollkommen, auch in Beziehung auf den Mittelbegriff den Forderungen der Erkenntniſstheorie entſprechender Vernunftſchluſs. Das »Thier-Sein« des Menſchen iſt der vollgenügende Grund ſeines Erkennens durch ſinnliche Wahrnehmungsbilder. Eine bloſse Abſtraction wird noch mit voller Unbefangenheit zu einem wirkenden Gegenſtande gemacht, was heutzutage wohl keinem gründlichen Denker einfallen würde. Dieſe Abſtraction iſt aber freilich ein Glied in dem groſsen, vom Allgemeinen zum Beſondern niederſteigenden Begriffsſyſteme, und als ſolche vermag ſie nicht nur die Urſache im engeren Sinne, ſondern auch Weſen, Bedingung und Zweck auszudrücken, die ja mit der bewegenden Urſache zuſammen die vier metaphyſiſchen Urſachen bilden.

Es hätte daher auch keines groſsen Streites darüber bedurft, ob Ariſtoteles in ſeinem bekannten Ausſpruche *τὸ γὰρ νῦν αἴτιον τὸ μέσον* die Urſache habe auf den Mittelbegriff oder den Mittelbegriff auf die Urſache zurückführen wollen.*) »Formal« iſt der Mittel-

*) Vgl. die ausführliche Polemik Ueberwegs gegen Drobiſch, Logik, § 101. Die beiden feindlichen Stichwörter: Ariſtoteles wolle »das Reale auf ein Formales zurückführen« oder vielmehr er wolle »das Formale durch die Beziehung auf das Reale vertiefen« ſind gewiſs beide nicht ariſtoteliſch. Sobald Ariſtoteles im Fahr-

begriff nur für die logiſche Technik; in der Metaphyſik iſt er von vorn herein mit Leben und metaphyſiſchem Inhalt begabt. Dafür muſs es aber auch der richtige und richtig geſtellte Mittelbegriff ſein, der im Ober- und Unterſatz kategoriſche Urtheile ergiebt und ſich ſo zugleich als metaphyſiſches Zwiſchenglied in der groſsen Stufenreihe des Begriffsſyſtems darſtellt. In dieſem Sinne iſt die Forderung, daſs der Mittelbegriff die Urſache enthalte, bei Ariſtoteles nichts Anderes, als die Forderung eines ſtreng deductiven Verfahrens überhaupt, welches uns ja ſtets das διότι kennen lehrt, während die Induction nur zu ὅτι, zur Thatſache, führt. Sehr klar tritt dieſe Lehre hervor an der Stelle Anal. poſt. I. c. 13, wo unter Anderm das koſtbare Beiſpiel von der Kugelgeſtalt des Mondes vorkommt. Es war gewiſs einer der gröſsten Triumphe der alten Naturwiſſenſchaft, durch die Combination mathematiſcher Kenntniſſe mit einem einfachen Schluſſe die Kugelgeſtalt des Mondes aus der Form der Lichtſtreifen nachzuweiſen, welche dem beleuchteten Theile in gewiſſen Zeitabſchnitten zuwachſen. Die Entdeckung muſste in einer Schluſsform ausgeſprochen werden, bei welcher dieſe Zuwachsſtreifen den Mittelbegriff bilden. Ariſtoteles aber ſtellt, ohne dieſe naturwiſſenſchaftliche Bedeutung des Schluſſes auch nur zu erwähnen, ihm ganz ruhig den vollkommeneren Schluſs entgegen, bei welchem die Kugelgeſtalt des Mondes einfach vorausgeſetzt wird: »Ein kugelförmiger Körper hat dieſe Art von Lichtzuwachs. Der Mond iſt kugelförmig. Alſo hat er dieſe Art von Lichtzuwachs.« Jetzt enthält freilich der Mittelbegriff den Grund, aber dieſe Schluſsweiſe hat in der Geſchichte der Wiſſenſchaften keine Rolle geſpielt.

Gegenwärtig können wir eine reiche Entwicklung der poſitiven Wiſſenſchaften überblicken und den logiſchen Faden ihres Fortſchritts aufſuchen. Fragt man nun aber, durch welche Art von Schlüſſen die Wiſſenſchaft am meiſten gefördert worden iſt, ſo wird die Antwort ſchwerlich zu Gunſten jenes Muſterſchluſſes ausfallen. Der Philologe ſchlieſst z. B. auf das Alter einer Handſchrift aus der Buchſtabenform, d. h. von der Wirkung auf die Urſache, und nicht umgekehrt; der Naturforſcher auf das Zuſammenleben des

waſſer ſeiner Metaphyſik iſt, kümmert er ſich um die dürre Technik gar nicht mehr und verfährt mit ihren Beſtandtheilen rein willkürlich. Metaphyſiſch aber iſt der Mittelbegriff von vorn herein ſchon als ſolcher etwas Reales: die Zwiſchenſtufe im lebendigen Begriffsſyſtem zwiſchen Subject und Prädicat.

Menſchen und des Höhlenbären aus dem gemeinſamen geologiſchen Vorkommen ihrer Knochen, oder auf den Luftdruck aus der Wirkung deſſelben auf das Barometer; der Mediziner aus den Symptomen auf die Krankheit, aus feſtgeſtellten Wirkungen auf die Natur eines Heilmittels. Man wende nicht ein, daſs dies Inductionsſchlüſſe ſeien, die nicht hieher gehören! zunächſt wäre damit noch mehr zugegeben, als wir behaupten; der Inductionsſchluſs iſt doch auch ein Schluſs, und zwar nach der ariſtoteliſchen Rangordnung einer der unvollkommenſten, die man ſich denken kann und jedenfalls nicht ein Schluſs aus dem Realgrund als Mittelbegriff. Es läſst ſich aber ein groſser Theil jener Schlüſſe in der That, unbeſchadet ihrer inductiven Tendenz, auf einen Syllogismus der erſten Figur bringen, bei welchem niemals die Urſache Mittelbegriff iſt. Dies iſt aber auch ganz natürlich, da es ſich ja in den poſitiven Wiſſenſchaften in der Regel erſt um Entdeckung des Cauſalzuſammenhangs handelt. So läſst ſich z. B. der Schluſs Franklins, welcher zur Erfindung des Blitzableiters Veranlaſſung gab, auf folgenden Syllogismus bringen: »Gleichartige Wirkungen haben gleichartige Urſachen. Blitz und elektriſcher Funke haben gleichartige Wirkungen. Alſo haben Blitz und elektriſcher Funke eine gleichartige Urſache. Der Unterſatz muſste durch einen Inductionsſchluſs gewonnen werden; der Oberſatz wird als Axiom angenommen. Der Schluſsſatz führt weiter zu dem Schluſſe, daſs der Blitz ſich nur quantitativ von einem elektriſchen Funken unterſcheidet. Der Mittelbegriff des angeführten Syllogismus enthält nicht den Realgrund, warum Blitz und elektriſcher Funke eine gleichartige Urſache haben; vielmehr wird durch einen Erkenntniſsgrund a poſteriori das ariſtoteliſche Prius, der Grund, erſt erkannt. So machte Volta den Schluſs: »Wenn verſchiedne Metalle mit einander in Berührung kommen, entſteht eine elektriſche Entladung. Die von Galvani beobachtete Zuckung des Froſchſchenkels wird bedingt durch gleichzeitige Berührung zweier Metalle; alſo findet bei jeder ſolchen Zuckung eine elektriſche Entladung ſtatt.« An dies Reſultat des Syllogismus ſchlieſst ſich alsdann unmittelbar der nur inductiv zu erreichende Satz, daſs die elektriſche Entladung Urſache der Zuckung iſt und alſo auch umgekehrt jede ſolche Entladung in Folge der Berührung zweier Metalle im Froſchſchenkel, wenn ſie demſelben zugeleitet wird, eine Zuckung hervorrufen muſs. — Der Schluſs Newton's, welchem wir das allgemeine Gravitationsgeſetz

verdanken, läſst ſich auf folgenden Syllogismus bringen: »Eine Bewegung, welche genau dem Fallgeſetz entſpricht, muſs auf eine Kraft zurückgeführt werden, welche mit der terreſtriſchen Schwerkraft identiſch iſt. Die Bewegung des Mondes entſpricht genau dem Fallgeſetz; alſo muſs ſie auf eine mit der terreſtriſchen Schwerkraft identiſche Urſache zurückgeführt werden.« Die Erweiterung des Schluſsſatzes auf die übrigen Himmelskörper ergab ſich ſodann leicht oder war vielmehr in dem Beiſpiel des Mondes ſchon antecipirt. In beiden Fällen enthält der Mittelbegriff den Erkenntniſsgrund, aber nicht den Realgrund für die Statthaftigkeit des Schluſsſatzes; was das erſtere betrifft, ſo iſt vielleicht nicht überflüſſig zu erinnern, daſs nicht deshalb bei jeder galvaniſchen Zuckung eine elektriſche Entladung ſtattfindet, weil ſich die beiden Metalle berühren, ſondern umgekehrt deshalb die Berührung der Metalle Zuckung hervorruft, weil dieſelbe mit einer elektriſchen Entladung verbunden iſt.

Ein flüchtiger Blick auf die Geſchichte der Wiſſenſchaften zeigt, daſs es leicht wäre, ſolche Beiſpiele maſſenweiſe vorzubringen, und für die wichtigſten Errungenſchaften des menſchlichen Denkens. Dagegen wird es weit ſchwieriger ſein, Beiſpiele zu finden, in welchen der Mittelbegriff den Realgrund enthält und welche dabei von dem Vorwurfe frei ſind, den man der ganzen Syllogiſtik gemacht hat, daſs im Grunde nur etwas erſchloſſen werde, was man vorher ſchon wuſste. Das gut gewählte Beiſpiel bei Ueberweg, Logik 3. Aufl. S. 262, § 101: »Was das Pendel verlängert, verlangſamt den Gang deſſelben; Wärme verlängert das Pendel, alſo verlangſamt ſie ſeinen Gang« entgeht dieſem Vorwurf, weil der Oberſatz aus der Rechnung abgeleitet werden kann und alſo nicht nothwendig ſchon ohne Vermittlung des Unterſatzes den Schluſsſatz als Specialfall in ſich enthält. Es ſoll auch nicht geleugnet werden, daſs Schlüſſe dieſer Art ſowohl in der Wiſſenſchaft als auch namentlich in der praktiſchen Anwendung wiſſenſchaftlicher Sätze eine bedeutende Rolle ſpielen, allein dieſe iſt doch immer auf einzelne untergeordnete Erweiterungen unſrer Kenntniſſe beſchränkt, während diejenigen Schlüſſe, welche uns durch Vermittlung eines bloſsen Zuſammentreffens erſt auf die Entdeckung eines Cauſalzuſammenhangs führen, mit den eigentlichen Inductionsſchlüſſen zuſammen uns überall die Grundlagen liefern, auf denen die weitere Erkenntniſs aufgebaut wird.

Die hypothetiſch-deductiven Schlufsreihen liefern uns zwar auch, falls der Ausgangspunkt derſelben ſchlieſslich durch die Erfahrung beſtätigt wird, eine Erweiterung unſrer Einſicht in den urſachlichen Zuſammenhang der Dinge, allein einen bloſs hypothetiſch angenommenen Realgrund kann man ſchwerlich als wirklichen Realgrund im Sinne der »objectiviſtiſchen« Logik gelten laſſen und da die ganze Theorie ſchlieſslich doch nur durch die Erfahrung ſo viel Geltung erhält, daſs wir ſie als objectiv richtig anſehen, ſo iſt der wahre Schluſs, durch welchen erſt eine Uebereinſtimmung des Gedachten mit der Wirklichkeit erſchloſſen wird, in allen ſolchen Fällen im Grunde nur folgender: »Eine formal conſequente Theorie kann als objectiv richtig betrachtet werden, wenn ſie von der Erfahrung beſtätigt wird. Die Theorie, daſs u. ſ. w., wird von der Erfahrung beſtätigt; alſo kann ſie als objectiv richtig betrachtet werden.« Die Beſtätigung durch die Erfahrung iſt aber gewiſs nicht der Realgrund der Richtigkeit einer Theorie.

Mathematiſche Schlüſſe müſsten wohl, als vorzüglich vollkommene Schlüſſe, ſämmtlich durch den Realgrund erfolgen, wenn dieſe Schlufsweiſe die allein wahrhaft wiſſenſchaftliche wäre. Es iſt aber nichts weniger der Fall als dies. Zunächſt kann man die zahlreichen, oft ganzen Reihen von Folgerungen zu Grunde liegenden Schlüſſe apagogiſcher Art ausſondern, welche ſämmtlich andrer Natur ſind, denn einen negativen Realgrund kann es nicht geben; ſodann alle diejenigen, welche ſich auf eine Hülfsconſtruction ſtützen; denn es kann ja z. B. nicht der innere Grund dafür, daſs das Quadrat der Hypotenuſe gleich der Summe der Quadrate der beiden Katheten iſt, darin liegen, daſs bei Anwendung irgend einer der zahlreichen Hülfsconſtructionen an den zerſchnittenen Theilen dieſer Quadrate die Richtigkeit der Behauptung ſich nachweiſen läſst.

Genau genommen kann es freilich in der reinen Mathematik gar keinen Realgrund geben, weil es ſich überall nur um Verhältniſſe unſrer Anſchauung handelt. Man kann jedoch im Sinne unſrer logiſchen Frage dasjenige Verhältniſs als Realgrund anſehen, aus welchem die andern, damit unzertrennbar zuſammenhängenden, hervorgehen; ſo z. B. beim Kreiſe die Eigenſchaft, daſs ſämmtliche Punkte der Peripherie vom Mittelpunkte gleich weit entfernt ſind. Aber auch ſo wird man darauf gelangen, daſs auffallend viele Schlüſſe, ja die Grundlegung ganzer Disciplinen,

auf einer Schlufsweiſe beruhen, welche dieſer Bedingung nicht entſpricht.

In Ueberwegs ausführlicher Deduction des 11. Euklidiſchen Axioms (Logik, 3. Aufl. S. 305 u. ff. § 110) kann man z. B. den dritten Schluſs als einen Schluſs aus dem Grunde gelten laſſen: »Gleiche Gröſsen können für einander ſubſtituirt werden. Die Winkel *K G H* und *D H F* ſind gleiche Gröſsen; alſo können ſie für einander ſubſtituirt werden.« Zwar iſt »Gleichheit« durchaus nichts in den Dingen. Es iſt ein Verhältniſsbegriff unſrer Anſchauung, aber ein fundamentaler, aus welchem die Möglichkeit der vorzunehmenden Operation abzuleiten iſt. Ganz anders verhält es ſich aber mit dem Axiom, daſs zwei Gröſsen, welche einer Dritten gleich ſind, auch einander gleich ſein müſſen. Dieſer Grundſatz, welchem Ueberweg im zehnten Schluſs den Mittelbegriff entnimmt, iſt trotz ſeiner axiomatiſchen Natur bloſs ein Erkennungsmittel der Gleichheit zweier Gröſsen durch eine Operation in der Anſchauung, zu welcher uns zufällig eine dritte Gröſse dienen kann. Der innere Grund der Gleichheit der beiden erſteren kann aber unmöglich in dieſer Beziehung zu einer dritten liegen. In Schluſs 14 gehört wenigſtens das negative Merkmal zweier graden Linien, daſs ſie nicht in ihrer ganzen Ausdehnung zuſammenfallen, nicht dem Grunde an. In Schluſs 15 iſt das apagogiſche Verfahren angewandt; u. ſ. w. —

In der Begründung der Differenzialrechnung wird mit graden Linien operirt, um die Eigenſchaften einer Curve zu beſtimmen. Dieſe Linien ſind ein Hülfsmittel unſrer Anſchauung, ein Erkennungszeichen, aber ſie enthalten nicht den Grund, warum die Curve ſich an einem gegebenen Punkte in beſtimmter Richtung fortbewegt. Wenn man das bekannte Verhältniſs $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ſich einem Grenzwerthe nähern läſst, indem die endliche Differenz in das Differenzial übergeht, ſo kann man mit Recht behaupten, daſs der Differenzialquotient einen beſtimmten Werth hat, aber dieſer Werth iſt indirect ermittelt, während er doch ohne Zweifel ſeinen Grund unmittelbar in der Beſchaffenheit der Curve, oder in dem Verhältniſſe der Functionsänderung zum Zuwachs der Veränderlichen hat.

Wir ſehen alſo, wie die ariſtoteliſche Erkenntniſslehre überall die Wichtigkeit der indirecten Erfaſſung der Wahrheit verkennt. Und doch iſt dieſe das groſse Mittel, durch welche wir unſre heu-

tigen Wiſſenſchaften gewonnen haben. Es iſt daher kein Zufall, daſs faſt alle groſsen Erfinder und Entdecker aus der Zeit der Begründung der modernen Wiſſenſchaften ſich ihres Gegenſatzes gegen Ariſtoteles und die Scholaſtik wohl bewuſst waren. Dieſer Gegenſatz dauert heutzutage noch fort und er verräth ſich beſonders in der Behandlung der Logik. Die Grundſätze der modernen Logik, welche mit dem Entwicklungsgange der poſitiven Wiſſenſchaften im Einklange ſteht, ſind überall eingedrungen, aber noch nirgend recht durchgedrungen. Die höheren Gebiete werden von Mathematikern und Naturforſchern, ſowie von Statiſtikern bearbeitet, welche ſich meiſt wenig um den Zuſammenhang ihrer Sätze mit den Elementen der Logik bekümmern. Es fehlt alſo das Band der Einheit zwiſchen den wichtigſten Gebieten der Methodologie und der logiſchen Grundlagen aller Methoden. Wir werden im folgenden Abſchnitte verſuchen, dies Band herzuſtellen. Für jetzt haben wir noch einige Bemerkungen zu machen über das Verhältniſs der Thatſache zur demonſtrirten Nothwendigkeit und über die Modalität in der Syllogiſtik.

Wir haben ſchon oben im zweiten Capitel geſehen, daſs alle Nothwendigkeit nur eine bedingte iſt (S. 41) und daſs das apodiktiſche Urtheil keineswegs eine höhere Gewiſsheit ausdrückt als das aſſertoriſche. Nichts kann gewiſſer ſein, als die einfache Thatſache, das Ergebniſs unmittelbarer Wahrnehmung. Für die Syllogiſtik iſt alſo die überlieferte Anwendung der Regel »*concluſio ſequitur partem debiliorem*« auf Schlüſſe aus Urtheilen verſchiedner Modalität gänzlich zu verwerfen (S. 54).

Man darf dieſen Punkt nicht zu leicht nehmen. Auch hier ſcheiden ſich zwei Weltanſchauungen, von denen die eine das menſchliche Denken in der Stufe der Kindheit beherrſcht hat, während die andre dem gereiften, zu ächter wiſſenſchaftlicher Einſicht befähigten Denken zukommt. Die ganze ariſtoteliſch-ſcholaſtiſche Weltanſchauung beruht auf dem unbedingten Uebergewicht des διότι über das ὅτι. So gerechtfertigt dies Uebergewicht ſein würde, wenn wir überall der oberſten Principien und des Grundes der Erſcheinungen völlig gewiſs wären, ſo hinfällig wird es, wenn wir ſehen, wie das διότι nur ein Spiel der Dialektik iſt, wie die vermeintliche Deduction aus unbedingt gewiſſen Principien nur zu willkürlichen Conſtructionen und unhaltbaren metaphyſiſchen Syſtemen führt. Aber ſelbſt da, wo die Deduction aus allgemeinen

Principien ihre höchſte wiſſenſchaftliche Berechtigung hat, vermag ſie nicht völlig den Nachweis der Thatſache zu erſetzen. Wir erinnern an das bekannte Beiſpiel der Entdeckung des Neptun. Nirgend iſt die Deduction aus den einmal angenommenen Principien wohl ſicherer, als in der Aſtronomie. Gleichwohl würden die Rechnungen Leverriers verhältniſsmäſsig geringe Bedeutung gehabt haben, wenn man nicht gleich darauf den Neptun wirklich gefunden hätte. Die Beſtätigung der Nothwendigkeit durch die Wirklichkeit war es, was die wiſſenſchaftliche Welt in Bewegung ſetzte.

In der Syllogiſtik hat die vermeintliche höhere Gewiſsheit des Apodiktiſchen gegenüber dem Aſſertoriſchen zu einer Gedankenloſigkeit ſonder Gleichen geführt. Während Ariſtoteles noch aus einem apodiktiſchen Oberſatze und einem aſſertoriſchen Unterſatze ganz richtig einen apodiktiſchen Schluſsſatz hervorgehen läſst, wandten Theophraſt und Eudemus, von dem Beſtreben geleitet, die formale Logik nach allen Seiten abzurunden und conſequent zu machen, auch hier die Regel an, *concluſio ſequitur partem debiliorem*, und dieſer Unſinn hat ſich bis in die neueſte Zeit hinein forterhalten. Hier hätte ſchon der geſunde Menſchenverſtand Einſprache erheben und zu erneuter Unterſuchung veranlaſſen müſſen, da Schlüſſe dieſer Art im täglichen Leben wie in den Wiſſenſchaften ungemein häufig ſind. Man betrachte folgende, leicht aufgegriffene Beiſpiele!

»Ein regelmäſsig wiederkehrender Komet muſs eine elliptiſche Bahn verfolgen. Der Enke'ſche Komet iſt ein regelmäſsig wiederkehrender. Alſo muſs er eine elliptiſche Bahn verfolgen.«

»Ein rotirender Körper, welcher nicht abſolut ſtarr iſt und von einem andern angezogen wird, muſs nothwendig früher oder ſpäter ſeine Umdrehungsbewegung verlieren. Die Erde iſt ein ſolcher Körper; alſo muſs ſie«, u. ſ. w. —

»Waſſer in communicirenden Röhren ſteht nothwendig gleich hoch. Das Grundwaſſer der Fluſsthäler iſt Waſſer in communicirenden Röhren. Alſo ſteht es nothwendig überall gleich hoch.«

»Ein in ſich zerrütteter Staat muſs nothwendig früher oder ſpäter äuſseren Feinden erliegen. Polen war ein ſolcher Staat. Alſo muſste es«, u. ſ. w. —

»Erleichterung des Credits hebt nothwendig die Gewerbthätigkeit. Gut geleitete Banken erleichtern den Credit. Alſo müſſen ſie auch die Gewerbthätigkeit heben.«

»Wer wohlfeiler verkauft als er einkauft, muſs Verluſt erleiden. N N thut dies; alſo muſs er auch Verluſt erleiden«.

»Maſſenvertilgung der Maikäfer muſs nothwendig auch eine Verminderung der Engerlinge herbeiführen. Die Maſsregeln der Regierung bringen eine Maſſenvertilgung der Maikäfer hervor; alſo müſſen ſie auch« u. ſ. w.

Beſonders charakteriſtiſch iſt, daſs der ſonſt ſo behutſame Ueberweg, der ſich in dieſem Punkte noch arglos für Theophraſt und Eudem entſcheidet, ſelbſt in ſeiner Logik die durchaus richtige Schluſsweiſe anwendet. In ſeiner ſchon oben erwähnten Deduction des 11. Euklid'ſchen Axioms hat der 6. Syllogismus folgenden Gang: »Zwei ungleiche Winkel .... müſſen, u. ſ. w. Die Winkel *BGH* und *KGH* ſind zwei Winkel dieſer Art. Alſo müſſen ſie, u. ſ. w. — Die gleiche Schlieſsweiſe wiederholt ſich im 12. Syllogismus, ſowie im 13. und 14. (wo die apodiktiſche Bedeutung des Ausdrucks »kann nur« klar genug iſt). —

Man ſieht übrigens auch leicht, daſs gerade in den mathematiſchen Beiſpielen die Berechtigung des apodiktiſchen Schluſsſatzes beſonders evident iſt. Es kommt Alles darauf an, daſs die apodiktiſche Prämiſſe auch wirklich Nothwendigkeit, die aſſertoriſche thatſächliche Wirklichkeit ausdrücke. Iſt das »Müſſen« oder die »Nothwendigkeit«, wie es ſo oft vorkommt, Ausdruck eines unvollkommenen Beweiſes, wo nicht gar bloſser Vermuthung, ſo verlangt natürlich die Strenge des logiſchen Verfahrens erſt recht, daſs dieſer Ausdruck auf den Schluſsſatz übergehe. Die Bedingtheit des »Nothwendigen« kann, wenn man ſich an den Sprachgebrauch und das alltägliche Denken hält, durch alle möglichen Zwiſchenſtufen bis zum Ausdruck der Ungewiſsheit herabſinken. Grade in ſolchen Beiſpielen begnügt ſich aber das alltägliche Denken, welches ſtets auf Abkürzung gerichtet iſt und die Genauigkeit gern dafür fahren läſst, ſehr häufig mit der aſſertoriſchen Form des Schluſsſatzes, die dann im Grunde nicht für die apodiktiſche, ſondern für die problematiſche ſteht. Die exacte Logik kann hierin nur einen neuen Antrieb finden, ſich von der Sprachform zu befreien; denn wie ſehr auch die letztere ſich dem natürlichen und gewöhnlichen Denken anſchmiegt, ſo iſt es doch nicht Sache der Logik dieſer Natürlichkeit zu huldigen, ſondern vielmehr zu ſcheiden und klar zu ſtellen, was wirklich logiſch iſt in den Gebilden der Sprache und was nicht.

Eigenthümlich geſtaltet ſich die Sache, wenn die apodiktiſche Prämiſſe den Unterſatz bildet. Hier lieſs Ariſtoteles den Schluſsſatz aſſertoriſch werden, worin ſich ſein ſorgfältiges aber rein empiriſches Verfahren verräth. Auch für uns werden die meiſten ohne beſondre Auswahl aufgegriffenen Beiſpiele hier auf einen Schluſsſatz in aſſertoriſcher Form führen, während doch das Princip zu verlangen ſcheint, daſs jeder Ausdruck des Apodiktiſchen wie des Problematiſchen, welcher ſich in den Prämiſſen findet, auch auf den Schluſsſatz übergehe.

Die Sache wird klar, wenn wir den Unterſchied von Ober- und Unterſatz bei den Subſumtionsſchlüſſen, die wir hier zunächſt in's Auge faſſen, genau feſtſtellen. Der Oberſatz giebt die Regel; der Unterſatz die Thatſache, welche unter die Regel gebracht wird. Iſt nun die Regel zwingend und die Thatſache wirklich unter dieſelbe gehörend, ſo ergiebt ſich mit Leichtigkeit, daſs dieſer Zwang im Schluſsſatz ſeinen Ausdruck finden muſs. Die Bedingtheit des Zwanges findet damit ebenfalls ihren Ausdruck. Hat nun aber der Oberſatz aſſertoriſche Form, während der Unterſatz apodiktiſch iſt, ſo bezieht ſich der Zwang dieſer Apodikticität gar nicht auf den eigentlichen Inhalt des Schluſsſatzes, ſondern nur auf das Recht ihn zu bilden. Vernachläſſigt man dies, ſo kann dadurch ein ganz falſcher Schluſs entſtehen, wenn man verſuchen will, den Ausdruck des Apodiktiſchen in den Schluſsſatz überzuführen. So namentlich bei bloſs inductiv geltendem Oberſatze. Man könnte z. B. ſchlieſsen: »Alle Wirbelthiere beſitzen ein vom Rückenmark geſondertes Gehirn. Der Amphioxus gehört erwieſenermaſsen zu den Wirbelthieren; alſo beſitzt er auch erwieſenermaſsen ein vom Rückenmark geſondertes Gehirn.« In dieſem Falle iſt der Schluſsſatz materiell falſch; allein auch wenn er richtig wäre, dürfte nicht behauptet werden, daſs er erwieſen ſei; weil eben der Oberſatz nicht als Ausdruck unzweifelhafter Wirklichkeit angeſehen werden darf. Man kann ſolche inductiv gewonnenen Sätze als aſſertoriſch gelten laſſen, wie man ihren Inhalt als berechtigt gelten läſst; nämlich gleichſam proviſoriſch, in Anbetracht der Kürze des menſchlichen Lebens und der unabweisbaren Nothwendigkeit, ſich gewöhnlich in unvollkommenen Denkformen zu bewegen. Sobald aber die Schärfe der Logik herausgefordert wird, kann ſie ſolche Oberſätze nicht mehr als wirklich aſſertoriſch gelten laſſen.

Iſt der Oberſatz ein deducirter Satz, bei welchem jedoch der

Ausdruck der Nothwendigkeit weggelaſſen wurde, ſo ſchlieſst ſich der Unterſatz an dieſe Deduction an, und wenigſtens in dem Falle daſs die Art des Beweiſes dieſelbe iſt, folgt im Schluſsſatz ein Nothwendigkeitsurtheil, einerlei ob man die Nothwendigkeit beſonders hervorhebt oder nicht. Als Beiſpiel diene: »Weltkörper ohne Atmoſphäre haben kein organiſches Leben. Der Mond iſt, wie man beweiſen kann, ein Weltkörper ohne Atmoſphäre. Alſo kann man auch beweiſen, daſs er kein organiſches Leben hat.« So auch, wenn der Oberſatz axiomatiſch iſt: »Zwei Gröſsen, welche einer dritten gleich ſind, ſind auch unter ſich gleich. Die Winkel α und β müſſen beide dem Winkel γ gleich ſein. Alſo müſſen ſie auch unter ſich gleich ſein.« Ebenſo ſteht es in den verhältniſsmäſsig ſeltenen Fällen, in welchen der Oberſatz eine unmittelbar wahrgenommene Thatſache enthält. Z. B.: »Der Rhein treibt mit Eis. Das Waſſer, welches wir dort ſehen, muſs nothwendig der Rhein ſein. Alſo muſs daſſelbe mit Eis treiben.« »Der Congo mündet auf der Weſtküſte Südafrikas. Livingſtones »Luababa« muſs nothwendig der (obere) Congo ſein. Alſo muſs derſelbe an der Weſtküſte Südafrika's münden.«

Unrichtig wäre dagegen folgender Schluſs: »Wer geſtohlen hat, wird mit Zuchthaus beſtraft. Es iſt bewieſen, daſs N geſtohlen hat. Alſo iſt auch bewieſen, daſs er mit Zuchthaus beſtraft wird.« Der Oberſatz kann hier als Rechtsregel ausnahmsloſe Geltung beanſpruchen; aber nicht als Ausdruck der Thatſache. Der Thäter kann z. B. entfliehen oder ſterben, bevor er beſtraft wird. Der Beweis kann ſich daher über die Sphäre des Oberſatzes nicht mit erſtrecken. Will man ſich im Schluſsſatze mit der gleichen Art von Genauigkeit ausdrücken, ſo kann man allerdings ohne erheblichen Verſtoſs ſagen: »Alſo wird N mit Zuchthaus beſtraft.« Dies gilt zumal dann, wenn es eine ausgemachte Sache iſt, daſs der objective Beweis zur Beſtrafung genügt. Immerhin geht dabei ein Theil der Wahrheit verloren und vollſtändiger würde der Schluſsſatz lauten: »Alſo wird N auf Grund eines Beweiſes mit Zuchthaus beſtraft.« Ebenſo geht ein Theil des Inhaltes verloren, wenn man aus zwei Prämiſſen der Nothwendigkeit ſchlieſst: M muſs P ſein; S muſs M ſein; alſo muſs auch $S - P$ ſein. Die vollſtändige Folge würde lauten: alſo muſs auch S nothwendig P ſein. Die beiden Ausdrücke der Nothwendigkeit beſagen nicht daſſelbe; der eine geht auf die Nothwendigkeit der Behauptung und ſtammt

aus dem Unterſatz; der andre trifft die Nothwendigkeit des Inhaltes der Behauptung und ſtammt aus dem Oberſatze. Die Weglaſſung des einen iſt ſchlechthin conventionell und kann das Princip nicht ſtürzen, daſs jeder Ausdruck der Modalität, welcher in einer der beiden Prämiſſen vorkommt, auch auf den Schlufssatz übergehen ſollte.

Bei der Möglichkeit ſtimmt dieſe Forderung im Reſultate, wenn auch nicht in der Begründung, überein mit der ſcholaſtiſchen Regel *concluſio ſequitur partem debiliorem*; ſo lange nämlich die zweite Prämiſſe ein aſſertoriſches Urtheil iſt. Iſt dieſelbe ein Nothwendigkeitsurtheil, ſo greift in erſter Linie wieder die Regel Platz, daſs ſowohl der Ausdruck des Problematiſchen als auch derjenige des Apodiktiſchen in den Schlufssatz übergehen müſſen. So in folgenden Beiſpielen: »Ein Weltkörper, deſſen Bahn die Erdbahn kreuzt, kann mit der Erde zuſammenſtoſsen. Es iſt erwieſen, daſs die Bahn des Biala'ſchen Kometen die Erdbahn kreuzt. Alſo iſt erwieſen, daſs der Biala'ſche Komet mit der Erde zuſammenſtoſsen kann.« »Ein chemiſch-phyſikaliſches Geſetz, welches nur ſcheinbare und durch beſondre Umſtände zu erklärende Ausnahmen zuläſst, iſt nothwendig in der Natur der Materie begründet. Das Geſetz von Dulong und Petit iſt vielleicht ein ſolches. Alſo iſt es auch vielleicht ein nothwendiger Ausfluſs der Eigenſchaften der Materie.«

Ariſtoteles, in deſſen Syſtem eine ſolche Verbindung von Möglichkeit und Nothwendigkeit nicht paſſen will, nähert ſich hier ſchon der von ſeinen Nachfolgern aufgeſtellten Regel. Er ſchlieſst z. B.: Alle M ſind nothwendig P; alle S können M ſein; alſo können alle $S - P$ ſein.« Dabei fällt ein Ausdruck der Nothwendigkeit weg. Vollſtändiger würde der Schluſs lauten: »Alſo iſt es möglich, daſs alle S nothwendig P ſind.« — Durch ſeine Auffaſſung der Möglichkeit als einer Eigenſchaft der Dinge kommt Ariſtoteles zu einigen Schlüſſen, welche von ſeinem Standpunkt aus ganz richtig ſind, während ſie nicht nur von ſeinen ſtrengen formaliſtiſchen Nachfolgern verworfen wurden, ſondern auch aus der modernen Logik unbedingt entfernt werden müſſen. So ſchlieſst er z. B. (vgl. Prantl I, 288 u. ff.): »Nothwendigerweiſe iſt kein $B - A$. Möglicherweiſe iſt alles $C - B$. Alſo (aſſertoriſch) iſt kein $C - A$.« Die Richtigkeit dieſes Schluſſes kann allerdings nur apagogiſch bewieſen werden. Er folgt nicht unmittelbar aus den

Prämiſſen, ſondern ſetzt den Hülfsſatz voraus, daſs Möglichkeit und Nothwendigkeit des Gegentheils in den Dingen ſich ausſchlieſen. Ariſtoteles ſchlieſst ſo: Geſetzt irgend ein C ſei A. Dann wird dieſer Satz combinirt mit dem umgekehrten Oberſatz: Nothwendigerweiſe iſt kein A — B. Nun iſt A Mittelbegriff und man ſchlieſst (nach Ferio): Nothwendiger Weiſe iſt einiges C nicht B. Dies aber widerſpricht der Behauptung, daſs alles C — B ſein kann; alſo iſt das contradictoriſche Gegentheil der gemachten Vorausſetzung richtig und kein C iſt A. Dieſer Schluſs wird unmöglich, ſobald der Möglichkeitsbegriff ſtreng formal und ſubjectiv gefaſst wird. Vielleicht iſt alles C — B; vielleicht aber auch nicht; vielleicht gar keines, vielleicht ſogar nothwendig keines.

V.

Das disjunctive Urtheil und die Elemente der Wahrscheinlichkeitslehre.

Wir haben gesehen, dafs es eine besondre Syllogistik der Modalität nicht geben kann, dafs vielmehr jeder Ausdruck der Modalität, wie schon Lorenzo Valla und Vives erkannten, schlechthin wie ein andrer adverbialer Ausdruck zu behandeln ist; die Reductionen vorbehalten, welche die Bequemlichkeit der Sprache auf Kosten der logischen Genauigkeit vorzunehmen pflegt. — Auch das hypothetische Urtheil bringt keine neuen Formen der logischen Technik mit sich. Es stimmt, wie namentlich Herbart gezeigt hat, in allen wesentlichen Punkten mit dem kategorischen überein, und die hypothetischen Schlüsse können an denselben Raumbildern veranschaulicht werden, wie die entsprechenden kategorischen. Dieses Verhältnifs ist von den neueren Logikern, insbesondre auch von Drobisch und Ueberweg so klar dargestellt worden, dafs wir uns nicht weiter dabei aufzuhalten brauchen. Nur im Vorbeiwege ein Wort über die Frage, ob etwa, wie Herbart und seine Nachfolger wollen, jedes kategorische Urtheil in der Logik nur als ein hypothetisches aufzufassen sei, oder ob, wie die Erkenntnistheoretiker wollen, der Satz *A* ist *B* die Behauptung in sich schliefse, dafs *A* existire.

Diese beiden Behauptungen stehen sich keineswegs rein contradictorisch gegenüber, und es mufs daher in jedem Falle zunächst der Gegenstand der Behauptung scharf bestimmt werden. Vor allen Dingen ist festzuhalten, dafs die formale Logik mit ihren Begriffsformen und Begriffsverhältnissen sich nur auf Gegenstände überhaupt bezieht, ohne irgend einen Zweifel daran, dafs einer

dieſer Formen auch Gegenſtände entſprechen; denn für die logiſche Technik ſind das gedachte und durch Sphärenbilder veranſchaulichte A und B, S und P u. ſ. w. ſelbſt ſchon Gegenſtände. Inſofern alſo kann nicht behauptet werden, daſs der kategoriſche Ausdruck A iſt B und der hypothetiſche: »Wenn A iſt, ſo iſt B« identiſch ſeien. Der erſtere behauptet ſchlechthin die Unterordnung der ganzen Begriffsſphäre von A unter B, und dieſe Behauptung iſt und bleibt kategoriſch. Man kann nicht die Exiſtenz der bloſs gedachten Begriffsſphäre von einer Bedingung abhängig machen. Für den Gedanken mit ſeiner Beziehung auf Gegenſtände überhaupt iſt die Sache damit endgültig abgeſchloſſen, daſs A dem B untergeordnet wird. Der Bedingungsſatz dagegen, wenn A iſt, ſo iſt B, bezieht ſich naturgemäſs auf die einzelnen Gegenſtände, oder auf die Fälle, in welchen mir A, und damit auch B, gegeben wird: Wo immer, oder ſo oft mir ein A vorkommt, wird auch B vorhanden ſein. Hierauf führt die Geneſis des hypothetiſchen Urtheils aus dem temporalen und hierauf beſchränkt ſich auch die logiſche Technik. Will man ſtatt deſſen den Zweifel einführen, ob dem A in der Wirklichkeit überhaupt etwas entſpreche, ſo muſs man auch zuerſt den Begriff dieſer Wirklichkeit einführen, und damit verläſst man ſchon den Boden der reinen Technik und begiebt ſich auf das Gebiet der angewandten Logik. Wenn man vollends fragt, ob in Sätzen wie »Gott iſt gerecht« die Exiſtenz Gottes vorausgeſetzt werde oder nicht, ſo geht das die reine Logik gar nichts an, denn dieſe hat es gar nicht mit dem Inhalt der Sätze zu thun, ſondern allein mit der Form. Die Form iſt in dieſem Falle diejenige eines kategoriſchen Satzes und dieſe ſetzt das Vorhandenſein ihrer Gegenſtände (nicht die »Wirklichkeit« in irgend einem materiellen Sinne) voraus. Ob aber die Form in einem gegebenen Falle richtig angewandt iſt, mag derjenige prüfen, welcher ſie anwendet. Hier ſteckt alſo noch ein Zweifel, der den Schein einer bloſs hypothetiſchen Geltung auf die logiſche Form werfen kann, während er bloſs ihrer Anwendung gebührt.

Mit dem disjunctiven Urtheil ſteht es nun aber völlig anders als mit dem hypothetiſchen. Zwar hat man daſſelbe früher als eine bloſse Nebenart des hypothetiſchen behandelt, allein ohne alle Einſicht in das Weſen der Sache. Neuere Logiker, namentlich Sigwart und Lotze haben hier tiefer geſehen. Sigwart lehrt ganz richtig (Logik I § 37), daſs das disjunctive Urtheil ſtets ein

einfaches Urtheil vorausſetzt, welches den Kreis der Möglichkeiten umſchlieſst, und ein diviſives, welches dieſelben aufzählt. Die Lehre (§ 37. 10), daſs das disjunctive Urtheil ſich auf zwei hypothetiſche zurückführen laſſe, erklärt er für richtig, allein es folge daraus nicht, daſs dem disjunctiven Urtheil neben dem hypothetiſchen keine ſelbſtändige Bedeutung zukomme. »Denn eine Verneinung als Grund einer Bejahung zu behaupten, iſt nur möglich, wenn die Disjunction bereits feſtſteht. Nur wenn feſtſteht, daſs das Licht entweder Materie oder Bewegung iſt, kann das Urtheil ausgeſprochen werden, Wenn das Licht nicht Materie iſt, iſt es Bewegung.« Die letztere Bemerkung iſt wieder durchaus richtig; ob aber das disjunctive Urtheil ſich wirklich »auf zwei hypothetiſche Urtheile zurückführen« laſſe, iſt ernſtlich in Frage zu ziehen. Jedenfalls iſt dies nicht in dem Sinne wahr, in welchem ſich z. B. das copulative Urtheil auf zwei einfache zurückführen läſst. Hier bleiben die verſchiedenen einfachen Urtheile, aus denen ſich das copulative zuſammenſetzt, unverändert.

Ganz anders verhalten ſich die beiden hypothetiſchen Urtheile, aus denen man das disjunctive ableiten will. *A* iſt entweder *B* oder *C* führt man zurück auf die Urtheile: »Wenn *A* nicht *B* iſt, ſo iſt es *C*«, und »Wenn *A* — *B* iſt, ſo iſt es nicht *C*«. Von dieſen beiden Urtheilen iſt das erſte, für ſich genommen, ganz wohl vereinbar mit dem Satze: »Wenn *A* — *B* iſt, ſo iſt es ebenfalls *C*«, und er könnte alſo z. B. durch folgendes Sphärenbild dargeſtellt werden:

Der zweite Satz, für ſich genommen, kann auf ſehr verſchiedne Weiſe dargeſtellt werden, z. B.:

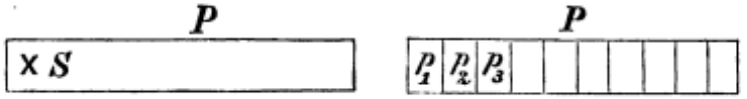
Sobald nun aber die beiden Sätze mit einander in Verbindung gebracht werden, ſo daſs von ein und demſelben *A*, *B* und *C* zwei verſchiedne, einander näher beſtimmende Ausſagen gemacht werden, entſteht erſt die Form, welche dem disjunctiven Urtheile entſpricht, und die wir etwa durch folgendes Sphärenbild darſtellen können:

Dieſe Form ſtellt noch kein disjunctives Urtheil dar, wohl aber ein diviſives und der Gedanke der Eintheilung eines Ganzen in zwei Theile liegt dann auch der eigenthümlichen Verbindung jener zwei hypothetiſchen Urtheile zu Grunde. Es ſind alſo genau genommen nicht die zwei hypothetiſchen Urtheile als ſolche, denen das disjunctive entſpricht, ſondern es iſt die eigenthümliche Art ihrer Verbindung, in welcher in der That die Disjunction ſchon vorausgeſetzt iſt.

So bemerkt auch Lotze ganz richtig (Logik, S. 94) man pflege das disjunctive Urtheil mit dem copulativen und remotiven zuſammenzuſtellen, aber mit Unrecht. »Trotz der äuſserlichen Analogie der Form haben beide nicht den gleichen logiſchen Werth mit dem disjunctiven. Das erſte iſt nur eine Sammlung poſitiver, das andere eine Sammlung negativer Urtheile von gleichem Subject und verſchiedenen Prädicaten; welche letztere in gar keine logiſch wichtige Beziehung zu einander geſetzt werden. Das disjunctive Urtheil allein drückt ein eigenthümliches Verhältniſs ſeiner verſchiedenen Glieder aus: es giebt ſeinem Subject gar kein Prädicat, ſchreibt ihm aber die nothwendige Wahl zwiſchen einer beſtimmten Anzahl verſchiedener vor.« Lotze führt dann weiterhin ſowohl das *dictum de omni et nullo*, als auch den Satz vom ausgeſchloſſenen Dritten auf das »disjunctive Grundgeſetz« zurück: »Von jedem allgemeinen P, welches als Merkmal in dem Allgemeinbegriff M enthalten iſt, kommt jedem S, welches eine Art von M iſt, eine ſeiner Modificationen p^1, p^2, p^3 mit Ausſchluſs der Uebrigen als Prädicat zu; und von jedem allgemeinen P, welches aus dem Begriffe M ausgeſchloſſen iſt, kommt jedem S, als einer Art von M, weder die eine noch die andre ſeiner Modificationen p^1, p^2 oder p^3 zu.«

Unſerm leitenden Gedanken folgend werden wir uns vor allen Dingen an der räumlichen Anſchauung über das Weſen des disjunctiven Urtheils zu orientiren ſuchen. Lambert, der mit ſeinen Linien ſonſt die logiſchen Verhältniſſe ſehr gut darzuſtellen wuſste, bemerkt, das disjunctive Urtheil laſſe ſich nicht zeichnen, und zwar weil es nichts Poſitives ſetzt (Organon I, S. 116). Dies iſt nun aber nicht richtig; vielmehr iſt das disjunctive Urtheil ganz ſo poſitiv, wie das kategoriſche, da ja in jedem disjunctiven auch ein kategoriſches enthalten iſt. Das Entweder — oder — oder bildet in dieſer Urtheilsart ſtets einen feſtgeſchloſſenen Kreis; die Zahl

der Glieder mag noch ſo groſs, oder auch ſelbſt unbeſtimmt ſein. Das Subject des Urtheils wird ſtets dem Oberbegriff der coordinirten Prädicate mit aller Beſtimmtheit untergeordnet, und nur die Wahl des beſtimmten, in dieſem Falle paſſenden Prädicates bleibt offen. Daraus ergiebt ſich die Möglichkeit, das disjunctive Urtheil durch zwei Raumbilder darzuſtellen, deren Syntheſis erſt das Urtheil darſtellt; und zwar müſſen dieſe beiden Bilder offenbar den beiden Urtheilen entſprechen, von denen das disjunctive ſelbſt die Syntheſis iſt: einem kategoriſchen und einem diviſiven. Da nun aber hier, namentlich im diviſiven Urtheile ganz neue Verhältniſſe auftreten, ſo läſst uns die Zeichnung mittelſt Sphären im Stich, und wir müſſen uns nach einer zweckmäſsigeren umſehen, welche in bequemer Weiſe die Eintheilung eines Ganzen in ſeine Theile darſtellt. Dies geſchieht am einfachſten durch Rechtecke in folgender Weiſe:



Das erſte Bild zeigt uns ein kategoriſches Urtheil, bei welchem P, wenn es nicht mit dem zweiten übereinſtimmen müſste, ebenſowohl nach gewöhnlicher Weiſe durch einen Kreis dargeſtellt werden könnte. Der Subjectsbegriff iſt nicht durch einen Kreis oder ein Rechteck, ſondern durch ein Kreuzchen oder einen Punkt darzuſtellen, um anzudeuten, daſs es nicht eine Art oder Gattung, ſondern ein einzelner, beſtimmter Gegenſtand iſt, welcher hier das Subject bildet. Das Kreuzchen wird an eine beliebige Stelle in den Raum des Prädicates eingezeichnet, mit dem Vorbehalt, daſs es irgendwo innerhalb deſſelben hingehöre. Dieſe Darſtellung des Unbeſtimmten dadurch, daſs man ein Beſtimmtes mit dem Vorbehalt der Veränderlichkeit ſetzt, haben wir ja auch ſchon in den gewöhnlichen Raumbildern des kategoriſchen Urtheils anzuwenden, und es iſt die Anſchauung einer Bewegung der einen Sphäre in der andern oder eines Punktes im Rechteck, welche uns hier zu Hülfe kommt. Der Punkt S iſt alſo in P beweglich zu denken. Er kann überall innerhalb dieſes Raumes ſein, da der Satz nichts weiter ausſagt, als daſs er überhaupt in den Raum, welcher den Umfang von P darſtellt, hineingehört. Dieſe Annahme der Verſchieblichkeit in der Anſchauung iſt alſo hier nicht neu, wohl aber gewinnt ſie beim disjunctiven Urtheil eine erhöhte Bedeutung.

Das zweite Raumbild zeigt uns das Verhältnifs der Gattung P zu ihren Arten p_1, p_2, p_3 u. f. w., wobei namentlich darauf Gewicht zu legen ift, dafs die Raumbilder der Arten fich unmittelbar aneinanderfchliefsen und in ihrer Gefammtheit die Gattung ausmachen. Man könnte dies, wenn man fo viel als möglich bei den beliebten Kreifen ftehen bleiben wollte, auch etwa in folgender Weife darftellen:

allein man geräth mit diefer Zeichnungsweife in's Gedränge, fobald man dazu übergeht, die einzelnen Gattungen quantitativ und vergleichend zu betrachten und den Raum, welcher ihren Umfang darftellt, als commenfurabel anzunehmen oder auch hypothetifch gleich zu fetzen. Grade in diefen Annahmen aber liegt die fo ungemein folgenreiche Fortentwicklung der modernen Logik aus dem Princip des disjunctiven Urtheils begründet.

Bevor wir darauf eingehen, wollen wir noch eine Bemerkung machen über das Verhältnifs des disjunctiven Urtheils zu den hypothetifchen, welche man aus ihm entnehmen kann. Wenn es auch richtig ift, dafs das disjunctive Urtheil: A ift entweder B oder C beftimmt wird durch die beiden hypothetifchen: Wenn A nicht B ift, fo ift es C und: Wenn $A - B$ ift, fo ift es nicht C; fo erfchöpfen doch diefe Urtheile keineswegs den Inhalt des disjunctiven. Vielmehr ift in gleicher Weife auch noch aus denfelben zu entnehmen: Wenn A nicht C ift, fo ift es B und: Wenn $A - C$ ift, fo ift es nicht B. Schon in dem einfachften Falle der blofsen Dichotomie laffen fich alfo dem disjunctiven Urtheile vier hypothetifche Urtheile entnehmen. Bei einer dreigliedrigen Eintheilung fteigt diefe Zahl auf 12; denn man darf Urtheile wie z. B.: Wenn A weder B noch D ift, fo ift es C nicht aufser Acht laffen. Sie find oft kleine aber wichtige Stationen auf dem fchrittweife anfteigenden Wege der Forfchung. Wenn fie dies aber auch nicht wären, fo lägen fie doch im disjunctiven Urtheil begründet und alle möglichen Combinationen feiner Glieder mit Entweder-oder, fowie mit Weder-noch haben formal gleiche Berechtigung. Daraus aber ergeben fich, wenn man von den Urtheilen aus unvollftändiger Disjunction noch abfieht, fchon bei vier Gliedern 28, bei fünf 60, bei fechs 124, bei fieben 252 u. f. w., und allgemein bei n Gliedern:

$$2 \times \left(n + \frac{n \cdot (n-1)}{1 \cdot 2} + \frac{n \cdot (n-1)\,(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \cdots\cdots \frac{n \cdot (n-1)\,(n-2) \cdots\cdots 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots\cdots (n-1)} \right)$$

Dieſe Formel*) enthält, wie man ſieht, die Summe der Combinationen von n Gegenſtänden zu je 1, d. h.: Wenn A, dann weder B, noch C u. ſ. w.; Wenn B, dann weder A, noch C u. ſ. w.; ferner zu je 2 Gegenſtänden: Wenn entweder A oder B, dann weder C, noch D, noch E u. ſ. w.; zu je 3 Gegenſtänden: Wenn entweder A oder B oder C, dann weder D u. ſ. w.; bis zu $n-1$ Gegenſtänden: Wenn entweder A oder B u. ſ. w. dann nicht X, wenn X als letztes Glied der Disjunction angenommen wird. Die ganze Summe muſs ſchlieſslich mit 2 multiplicirt werden, weil jede Combination ſowohl poſitiv als negativ vorkommt.

Disjunctionen von einer ziemlich groſsen Zahl von Gliedern bieten ſich naturgemäſs gar nicht ſelten dar; ſo bei den Flächen der regelmäſsigen Körper, unter denen der Würfel mit ſeinen ſechs Flächen das beliebteſte Beiſpiel und Veranſchaulichungsmittel in der Wahrſcheinlichkeitslehre geworden iſt. Niemand wird hier den 124 hypothetiſchen Urtheilen, welche ſich aus dem disjunctiven: S iſt entweder p_1 oder p_2 .... p_6 entnehmen laſſen, die Priorität zuerkennen, und ſo mag auch dieſe Betrachtung dazu dienen, die Urſprünglichkeit und Originalität des disjunctiven Urtheils nach allen Seiten feſtzuſtellen.

Eine fernere Bemerkung haben wir noch zu machen hinſichtlich des Gegenſatzes zwiſchen den Gliedern des disjunctiven Urtheils. Dieſer Gegenſatz iſt zwiſchen je zwei Gruppen von Gliedern, welche zuſammen den ganzen Umfang des Prädicatsbegriffes aus-

---

*) Eine einfachere Formel, welche zu demſelben Ziele führt, iſt $2 \times (2^n - 2)$. Ueber die Begründung derſelben vgl. *Jacobi Bernoulli ars conjectandi, Baſil.* 1713, p. 82—85. Daſs hier ſtatt $2^n - 1$ geſetzt werden muſs $2^n - 2$, folgt aus der Weglaſſung der $n$ten Claſſe der Combinationen, bei welcher lauter poſitive Glieder und kein negatives vorkommen würden, oder umgekehrt. Die Multiplication mit 2 ergiebt ſich wieder daraus, daſs jeder poſitiven Combination auch eine negative entſpricht. — Man erhält übrigens eine noch ungleich gröſsere Zahl hypothetiſcher Sätze, ſobald man auch diejenigen mit unvollſtändiger Disjunction in Betracht zieht, wie z. B.: Wenn p_1, dann nicht p_k oder p_{k+1}, wo p_k ein beliebiges Glied in der Reihe von p_1 bis p_n, wenn n die Anzahl der Glieder iſt, bezeichnet. Hier ſind die Sätze mit poſitivem Vorderſatz und negativem Nachſatz durchaus richtig und berechtigt; nicht aber umgekehrt, weil kein contradictoriſcher Gegenſatz (ſ. weiter unten) vorhanden iſt. Man kann höchſtens ſchlieſsen: Wenn nicht p_1, dann vielleicht p_k, ein Schluſs, der von geringem Werthe iſt.

machen, ſtets ein contradictoriſcher, da nicht nur die Bejahung der einen Gruppe die Verneinung der andern, ſondern auch die Verneinung der erſteren die Bejahung der letzteren in ſich ſchlieſst. Allerdings iſt dies nicht jener wüſte contradictoriſche Gegenſatz von *A* und *Non A*, bei welchem, wenn *A* irgend einen beſtimmten Begriff umfaſst, unter *Non A* alle möglichen, auch die heterogenſten Gegenſtände gehören müſsten. Man könnte den contradictoriſchen Gegenſatz letzterer Art als den abſoluten, den aus dem disjunctiven Urtheil erwachſenden als den relativen bezeichnen, da er ja nur unter Beziehung auf den übergeordneten Gattungsbegriff ſeine Geltung hat. Es iſt jedoch leicht zu zeigen und iſt ſchon von Lotze (Logik S. 96 u. ff.) hinlänglich gezeigt worden, daſs jenes abſolute *Non A* ein Unding iſt, und daſs im Grunde zu jedem Gegenſatz ein übergeordneter Begriff gedacht werden muſs, aus deſſen Eintheilung der Gegenſatz entſteht. Es iſt auch ganz richtig und wird durch die Anſchauung des Raumbildes beſtätigt, daſs im Princip des disjunctiven Urtheils das Geſetz des ausgeſchloſſenen Dritten enthalten iſt. Das *Dictum de omni et nullo*, welches Lotze ebenfalls erſt hier finden will, liegt nach unſerer Auffaſſung ſchon im kategoriſchen Urtheil und muſs ſich alſo aus dem disjunctiven eben deshalb entwickeln laſſen, weil daſſelbe ein kategoriſches enthält.

Zwiſchen je zwei beliebigen Gliedern oder Gruppen von Gliedern beſteht das Verhältniſs der wechſelſeitigen Ausſchlieſsung auch dann, wenn ſie nicht zuſammen die vollſtändige Disjunctionsreihe ausmachen. Der Gegenſatz iſt dann kein contradictoriſcher mehr; es iſt zwar unmöglich dieſe beiden Glieder gleichzeitig dem Subjecte zuzuſprechen, wohl aber kann man ſie ihm beide abſprechen. Man kann hier ſogar eine neue Folge hypothetiſcher Sätze (vgl. die vorhergehende Anmerkung) aufſtellen, in der Form: Wenn p_1, dann nicht p_2, oder: wenn entweder p_1 oder p_2, dann weder p_3 noch p_4, allein dieſe Sätze gelten nur poſitiv, und laſſen ſich nicht in die entſprechende Negation verwandeln, vorausgeſetzt natürlich, daſs die Zahl der Glieder gröſser iſt als p_2, beziehungsweiſe p_4. Dieſe Art des Gegenſatzes kann man zweckmäſsig als den disjunctiven bezeichnen. Zwar hat Herbart dafür die Bezeichnung conträr eingeführt und dieſe Bezeichnungsweiſe hat auch auſserhalb ſeiner Schule hie und da Anklang gefunden, allein ſie leidet an dem groſsen Fehler, daſs der Ausdruck »conträrer Gegenſatz«

traditionell und nicht nur in der Logik, eine tief eingewurzelte andre Bedeutung hat, die ſich nicht ſo leicht völlig wird verdrängen laſſen. Man verſteht darunter das ariſtoteliſche ἐναντίον, alſo Gegenſätze wie kalt und warm, ſchwer und leicht, hell und dunkel. Mit dieſer Art von Gegenſatz hat im Grunde die formale Logik gar nichts zu ſchaffen, was Herbart verleitete, die Bedeutung des Ausdrucks ſo zu modificiren, daſs er wieder einem wirklichen Gegenſatz auf logiſchem Gebiete entſprach. Allein, wenn der conträre Gegenſatz auch ſtreng genommen nicht in die formale Logik gehört, ſo iſt er doch um ſo wichtiger für die bequeme Bezeichnung der Erſcheinungen, welcher das tägliche Leben bedarf. Die ſtrenge Wiſſenſchaft giebt einen beſtimmten Temperaturgrad als wirklich vorhanden an und kümmert ſich nicht darum, ob man dieſen nun »kalt« oder warm finden wolle. Das tägliche Leben aber umfaſst mit dieſen beiden Ausdrücken und ihren Steigerungen oder Einſchränkungen die ganze Scala der gewöhnlich vorkommenden Temperaturen. Einen ſolchen Ausdruck umzuſtempeln, bloſs deshalb, weil er einmal in die Logik eingeführt iſt, erſcheint unzweckmäſsig und man thäte daher beſſer, den Ausdruck »conträrer Gegenſatz« ganz aus der Logik zu verbannen, wenn man ihn nicht für die einander gegenüberſtehenden Endpunkte einer geordneten Begriffsreihe verwenden will.

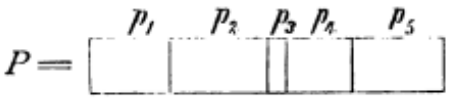
Man kann nämlich ſehr häufig die disjuncten Begriffe nach irgend einem Princip, wie z. B. Farben nach der Brechbarkeit der Strahlen, ordnen. Alsdann bilden die Endpunkte der Reihe einen Gegenſatz, welcher dem ariſtoteliſchen ἐναντίον entſpricht. Allein auch dieſer Gegenſatz hat im Grunde keine logiſche Bedeutung. Für die formale Logik iſt es vollſtändig gleichgültig, ob die zu ordnende Begriffsreihe nach einem materiellen Princip geordnet werden kann, wie bei den Farben, oder nach einem bloſs formalen, wie bei den Flächen eines Würfels oder bei einer Anzahl von Kugeln, die in eine Urne gelegt werden. Es mag daher in der That am beſten ſein, den Begriff des conträren Gegenſatzes, welchen Ariſtoteles, wie ſo vieles andre Fremdartige, in die Logik hineingebracht hat, aus derſelben zu entfernen und ihn dem volksthümlichen Sprachgebrauch zu überlaſſen, der ſeine conträren Begriffe, wie hell und dunkel, groſs und klein, kalt und warm u. ſ. w. nicht entbehren kann.

Nirgendwo mehr als bei den disjunctiven Begriffen wird der Ausdruck »Möglichkeiten« angewandt und nirgend ſcheint er

beſſer zu paſſen und mehr Anſpruch auf eine beſondere logiſche Bedeutung zu haben. Gleichwohl findet Alles, was wir im zweiten Capitel über den Begriff der Möglichkeit gelehrt haben, auch hier ſeine unbeſtreitbare Anwendung. Wenn man den Satz ausſpricht: S iſt entweder p_1, oder p_2, ... p_n, und man bezeichnet alsdann p_1, p_2 ..... p_n als die verſchiednen Möglichkeiten für S, ſo hat dieſer Ausdruck durchaus keinen andern Sinn, als den, daſs dieſe disjuncten Prädicate die verſchiednen Fälle bezeichnen, welche eintreten können, wenn $S - P$ iſt und P der Oberbegriff zu p_1, p_2 ..... p_n. Dieſes »Können« aber beruht auf keiner verborgnen Kraft in den Begriffen oder ihren Gegenſtänden, ſondern es iſt wieder der bloſse Anthropomorphismus ſtatt des Ausdrucks der Wirklichkeit: die verſchiednen Fälle, welche vorhanden ſind, oder in welche der Hauptfall, deſſen Eintreten bejaht worden iſt, ſich zerlegen läſst.

Wenn wir nun dazu übergehen, die höheren Gebiete der wiſſenſchaftlichen Logik, welche erſt die neueren Jahrhunderte hervorgebracht haben, vor allen Dingen die Grundlagen der Wahrſcheinlichkeitslehre aus dem disjunctiven Urtheile abzuleiten, ſo ſoll damit keineswegs geſagt ſein, daſs dieſe Grundlage den erſten Entdeckern des neuen Gebietes klar im Bewuſstſein gelegen habe. Noch weniger finden wir, daſs die Erfinder von unſern einfachen Raumbildern zur Entwicklung ihrer Sätze Gebrauch gemacht hätten. Sie wuſsten jedoch klar genug, daſs es ſich in den ihrer Betrachtung unterliegenden Fragen um ein Entweder — oder, um die richtige Abſchätzung coordinirter Möglichkeiten handelte, und ſie hatten ſtatt der abſtracten Linienzeichnungen, wie ſie für die logiſche Unterſuchung paſſen, concretere Raumformen vor ſich, durch deren Anſchauung ſie ſich leiten lieſsen: die Münze mit ihren beiden Flachſeiten, den Würfel, eine Urne mit einer Anzahl gleicher Kugeln u. ſ. w. — Daſs aber die Anſchauung an ſolchen Raumbildern dieſelben Dienſte thun muſs, und nur weniger einfach und allgemein iſt, als diejenige an unſern Linienzeichnungen bedarf kaum weiterer Erörterung. Auch mit der Anſchauung eines Würfels, wie mit derjenigen eines in ſechs Felder getheilten Rechtecks, iſt die unmittelbare Ueberzeugung verbunden, daſs es in allen analogen Fällen durchaus ebenſo ſein müſſe, wie in dem vorliegenden, und damit iſt die Möglichkeit gegeben, der Anſchauung axiomatiſche, apriori gültige Sätze zu entnehmen, welche der ganzen weiteren Entwicklung zu Grunde liegen.

Betrachten wir das Raumbild,

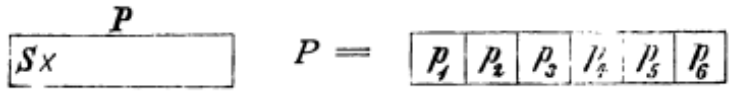


welches eine Eintheilung des Begriffes P darſtellen ſoll, ſo iſt leicht zu zeigen, daſs die verſchiedne Ausdehnung der Felder p_1 bis p_5 die Bedeutung hat, daſs der Umfang der untergeordneten Begriffe im Verhältniſſe dieſer Ausdehnung verſchieden iſt, oder was dasſelbe ſagen will, daſs die Häufigkeit, mit welcher man einen Fall der Claſſe p_1 erwarten darf, ſich zu derjenigen von p_2 oder von p_3 verhält, wie die Ausdehnung der betreffenden Felder.

Wenn man nämlich in dem Satze: S iſt entweder a oder b oder c den Umfang von a in zwei beliebige Theile theilt, welche a_1 und a_2 heiſsen ſollen, ſo kann man nunmehr behaupten: S iſt entweder a_1 oder a_2 oder b oder c. Die beiden eben erſt vereinigten Glieder a_1 und a_2 ſtehen jetzt genau in demſelben disjunctiven Gegenſatze zu einander und zu den übrigen Gliedern der Disjunction, wie vorher a. Auf dieſe Weiſe kann man die Theilung von a und ebenſo von b und von c beliebig fortſetzen: man behält ſtets eine vollſtändige Disjunction und jedes einzelne Theilglied verhält ſich zu den andern und zum Ganzen genau wie ſich früher die gröſseren Glieder verhielten. Es iſt dies auch ganz natürlich, da die Zuſammenfaſſung der Gegenſtände in die Claſſen a, b, c immer nur ein Hülfsmittel der Ordnung und ein Werk der Abſtraction iſt. Genau genommen entſpricht nur je ein einzelner Fall, der unter a oder b oder c enthalten iſt, der Vorausſetzung. S iſt a oder b oder c, und zwar einerlei, ob letzteres Subſtanz- oder Merkmalbegriffe oder Bezeichnungen eines Geſchehens ſind. Ein Menſch kann entweder Europäer oder Aſiate oder Afrikaner oder Amerikaner oder Auſtralier ſein. Theilt man noch in Auſtralier oder Polyneſier, ſo bleibt das Verhältniſs des disjunctiven Gegenſatzes daſſelbe. Es bleibt aber auch daſſelbe, wenn man z. B. den Begriff »Europäer« in vollſtändiger Eintheilung auflöſt in: Engländer, Deutſcher, Ruſſe u. ſ. w., während man an den andern Stellen die höheren Begriffe ſtehen läſst. Man hat dann keine reine Coordination mehr, keine lobenswerthe Eintheilung, allein das Verhältniſs des Gegenſatzes zwiſchen je zwei beliebigen Gliedern, oder je einem und der Summe aller übrigen, oder zwiſchen zwei beliebigen

Gruppen bleibt durchaus daſſelbe. Man kann alſo auch ganz paradox gruppiren und z. B. die Aufſtellung machen: Entweder Deutſcher oder Engländer oder Amerikaner, und wenn Ja in Beziehung auf dieſe Gruppe, dann Nein für die Summe aller übrigen Glieder. — In gleicher Weiſe kann man auch zwei oder mehr beliebige Glieder in eins zuſammenziehen und für dieſe Summe eine neue Geſammtbezeichnung in die Reihe eintreten laſſen. In der ſo veränderten Reihe wird das Verhältniſs der Glieder zu einander und zum Ganzen durchaus daſſelbe ſein, wie in der früheren. Will man z. B. von einem Subject *S* ausſagen, daſs es irgend eine Farbe habe, ſo kann man die Farben zunächſt eintheilen nach der gewöhnlichen Eintheilung des Spectrums in Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violett, und alsdann behaupten, daſs *S* entweder die eine oder die andere dieſer ſieben Farben haben müſſe. Wenn man nun das Indigo mit dem Blau zuſammenzieht und alſo nur ſechs Farben unterſcheidet, ſo bleibt das Verhältniſs der Disjunction durchaus daſſelbe, nur daſs der Umfang von Blau, wenn man Indigo mit darunter begreift, um ſo viel gröſser wird.

Etwas anders ſtellt ſich die Sache beim Würfel und den ähnlichen Fällen dar, wo jede der vorhandenen Möglichkeiten nur einen einzigen Fall zu umfaſſen ſcheint und daher eine weitere Theilung der disjuncten Glieder nicht möglich iſt. Man ſieht jedoch zunächſt, daſs die Summirung mehrerer Glieder genau in derſelben Weiſe ausführbar iſt, wie bei den obigen Beiſpielen. So kann man z. B. die Summe der mit einer ungraden Zahl bezeichneten Fläche der Summe der übrigen entgegenſtellen und man hat dann eine Disjunction in zwei Glieder ſtatt in ſechs. — Aber auch die vereinzelte Fläche eines Würfels kann eine Summe von Gegenſtänden oder Fällen bezeichnen. Sobald man nämlich bei fortgeſetztem Würfeln unter p_1 alle diejenigen Fälle verſteht, in welchen die mit *I* bezeichnete Fläche oben bleibt, unter p_2 diejenigen, in welchen die Fläche *II* oben bleibt, u. ſ. w. bis p_6 für die Fläche *VI*, ſo kann man das Raumbild aufſtellen:

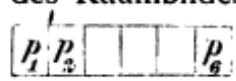


Wenn man nun unter *S* das Reſultat eines beſtimmten Wurfes verſteht, ſo bedeutet das Raumbild nicht nur, daſs derſelbe eine der Flächen *I*, *II* u. ſ. w. nach oben bringen muſs, ſondern auch,

daſs der neue Wurf damit zu einer Claſſe von Würfen gehört, die einen beſtimmten Umfang hat. Dieſer Umfang kommt durch eine Zeitfolge zu Stande, welche hier als räumliche Ausdehnung angeſchaut wird. Dies geſchieht nach einem Princip, deſſen Allgemeinheit wir in einem ſpäteren Capitel zeigen werden. Der Umfang der ſechs Claſſen von Würfen muſs aber in dieſem Falle gleich groſs geſetzt werden, wiewohl dies der Wirklichkeit niemals völlig entſprechen wird. Sowohl conſtante Urſachen, wie z. B. Ungenauigkeit in der Conſtruction des Würfels, als auch die Schwankungen des Zufalls werden in einer beſtimmten Anzahl von Würfen das Reſultat ſtets ungleich machen; da es jedoch gänzlich unbekannt bleibt, in welchem Sinne dieſe Ungleichheit ausfällt, ſo kann man *a priori*, aus der Anſchauung des Würfels, nur die völlige Gleichheit der ſechs Umfangsgebiete annehmen. Anders wäre es freilich, wenn die Zahlen für p_1, p_2 .... p_6 bei einem beſtimmten Würfel empiriſch ermittelt würden. In dieſem Falle müſste die ſich ergebende Ungleichheit der einzelnen Gebiete in das Raumbild aufgenommen werden und wenn damit ſtreng genommen auch nur das Ergebniſs der begrenzten, bei der Unterſuchung angewandten Zahl von Würfen bezeichnet werden kann, ſo wird doch das Reſultat auch auf unſre Erwartung für eine neue Reihe von Würfen Einfluſs üben müſſen.

Hiermit haben wir nun aber ſchon den Boden der Wahrſcheinlichkeitslehre betreten. Die Möglichkeiten des disjunctiven Urtheils verwandeln ſich in Wahrſcheinlichkeiten, ſobald ihnen eine beſtimmte Gröſse beigelegt wird, welche abhängt von dem Verhältniſſe des Umfangs der einzelnen Möglichkeit zur Summe aller Möglichkeiten. Da nun aber dieſe Möglichkeiten nichts ſind als Summen der Fälle, in welchen ſich der übergeordnete Begriff durch irgend einen der untergeordneten verwirklicht, ſo iſt klar, daſs die Geſammtſumme derſelben der Gewiſsheit gleichkommen muſs. Wenn es feſt ſteht, daſs $S - P$ iſt, und daſs $P = p_1 + p_2 + \ldots . p_n$, ſo ſteht es auch feſt, daſs S entweder p_1 oder p_2 .... oder p_n iſt. Es iſt dabei gleichgültig, ob die relative Gröſse von p_1, p_2 u. ſ. w. empiriſch ermittelt iſt, oder ob ſie *a priori* feſtſteht wie beim Würfel. Ebenſo iſt es gleichgültig, ob es ſich um die Wahrſcheinlichkeit eines Wirklichen, aber zur Zeit Unbekannten handelt, oder um die Wahrſcheinlichkeit eines Zukünftigen nach den bekannten Bedingungen ſeines Eintretens. Die einzelnen Mög-

lichkeiten oder die Umfanggebiete der Specialfälle können, wie ſich aus der Betrachtung des Raumbildes



ergiebt, nur Bruchtheile des Ganzen ſein, welches die Gewiſsheit in ſich ſchlieſst. Welchen Werth man dem Ganzen beilegen will, iſt natürlich im Weſentlichen gleichgültig, da es ſich nur um Verhältniſsgröſsen handelt. Der Einfachheit der Rechnung wegen hat man das Ganze der Disjunction, welches die Gewiſsheit bedeutet, mit 1 bezeichnet, ſo daſs alſo alle Wahrſcheinlichkeitsgröſsen als ächte Brüche erſcheinen.

Der hiſtoriſche Gang bei der Entdeckung dieſes neuen Gebietes der formalen Logik war freilich ein ganz andrer. Man begann nicht mit der logiſchen Wahrſcheinlichkeitslehre, ſondern mit der Rechnung, und auch hier nicht mit den allgemeinen Principien, ſondern mit Löſung beſtimmter Probleme. Nicht die Logik, ſondern das Spiel mit ſeinen Ausſichten auf Gewinn und Verluſt war das Intereſſe, welches die erſten Verſuche leitete; und als man begann, die Logik des Wahrſcheinlichen auszubilden, geſchah es nicht in Anknüpfung an die geläuterte ariſtoteliſche Logik, ſondern in Oppoſition gegen Alles, was man bisher Logik genannt hatte. Bekanntlich tritt dieſe Oppoſition bei Descartes ſcharf hervor, der das Kind mit dem Bade ausſchüttete, indem er einige Regeln zur Leitung des Verſtandes an die Stelle der ganzen Logik ſetzen will. Damit wird die Aufgabe der Erkenntniſstheorie mit der reinen Logik verwechſelt und eine nichts weniger als zwingende Annahme über die Natur der Wahrheit und der menſchlichen Erkenntniſs tritt an die Stelle jener apriori gültigen Sätze, welche die unveräuſserliche Grundlage jeder Logik bilden. Daſs dieſe Sätze, gleich den Axiomen der Mathematik, auf Anſchauung ruhen, haben wir im Bisherigen nachzuweiſen verſucht. Sie haben alſo von vornherein ein verwandtes Element mit den Principien der Wahrſcheinlichkeitsrechnung, welches jedoch erſt ganz allmählig zu einer engeren Verbindung führte, und welches bei gründlicher Unterſuchung zu einer völligen Verſchmelzung führen muſs. Zunächſt verſuchte freilich der Verfaſſer der berühmten Logique ou l'art de penſer (Paris 1664) die Principien der eben erſt von Pascal entdeckten Wiſſenſchaft mit den Regeln Descartes' zu verſchmelzen und daraus eine Art von Methodologie herzuſtellen,

welche der geläuterten ariſtoteliſchen Logik angehängt wurde. Damit aber wurden zum Nachtheil der weiteren Entwicklung die mathematiſchen Grundlagen verlaſſen, in welchen ein der formalen Logik verwandtes aprioriſches Element liegt. Grade die erſten mathematiſchen Principien der Wahrſcheinlichkeitsrechnung ſind zugleich logiſcher Natur und wenn wir überhaupt zwiſchen der Wahrſcheinlichkeitsrechnung und der allgemeinen Wahrſcheinlichkeitslehre unterſcheiden, ſo bezieht ſich dieſe Unterſcheidung nicht auf die Principien, ſondern auf die weitere Ausführung. Die Rechnung hat es mit der exacten Löſung beſtimmter Probleme zu thun, die logiſche Lehre unterſucht die Anwendbarkeit jener Principien im Allgemeinen und verſucht den Charakter und das logiſche Weſen der mathematiſchen Methoden aufzuweiſen.

Der erſte, der mit voller Klarheit und Schärfe die ausgedehnte Anwendbarkeit der Principien der Wahrſcheinlichkeitsrechnung auf Fragen verſchiedenſter Art erkannte, war Jakob Bernoulli. Er war es auch, der, anknüpfend an ein Capitel der »*Art de penſer*« die empiriſche Ableitung der Wahrſcheinlichkeit zur Geltung brachte*), während in den Problemen der Glücksſpiele überall nur die apriori, durch die Bedingungen des Spiels feſtſtehenden Wahrſcheinlichkeiten zur Geltung kamen. Indem er zugleich das »Geſetz der groſsen Zahlen« in einem beſtimmten mathematiſchen Sinne als richtig nachwies — ein Beweis, über den er nach ſeiner eigenen Angabe zwanzig Jahre lang nachgedacht hatte — wurde er der eigentliche Begründer der numeriſchen Methode, deren ungemeine Leiſtungsfähigkeit ſelbſt in unſern Tagen noch bei weitem nicht hinlänglich erkannt iſt. Eine echt philoſophiſche Leiſtung ſind namentlich auch die Definitionen der Gewiſsheit, Wahrſcheinlichkeit, Möglichkeit, Unmöglichkeit, Nothwendigkeit, der moraliſchen Gewiſsheit, des Zufalls und des Glücks, welche er zu Anfang des vierten Theils ſeiner berühmten *Ars conjectandi* entwickelt. Sein Neffe Daniel Bernoulli ſtellte zuerſt das Geſetz auf, nach welchem die »moraliſche Hoffnung« von der mathematiſchen abhängt: ein Geſetz, deſſen Uebereinſtimmung mit dem pſychophyſiſchen Grundgeſetz**) einen weiten Ausblick auf eine zukünftige

*) S. ars conjectandi, pars IV., p. 225, wo der »Auctor artis cogitandi« als magni acuminis et ingenii vir bezeichnet und auf Cap. 12 und die folgenden des letzten (IV.) Theiles der art de penser Bezug genommen wird.

**) Vgl. hierüber Fechner, Pſychophyſik, Leipzig 1860. I. S. 236 u. ff. —

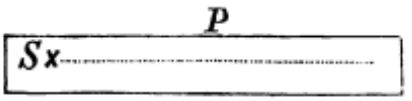
exacte Behandlung der pſychologiſchen und ſocialen Wiſſenſchaften eröffnet. Aber erſt Laplace unternahm es, in ſeinem »Philoſophiſchen Verſuch über die Wahrſcheinlichkeiten« die einfachſten Grundlagen der Rechnung, die nothwendigen Axiome der mathematiſchen Disciplin, möglichſt vollſtändig aufzuſuchen und unmittelbar an dieſe Rechnungsgrundſätze Betrachtungen über die allgemeine Bedeutung der Wahrſcheinlichkeit im Leben und in den Wiſſenſchaften anzuſtellen.

Die erkenntniſstheoretiſche Seite der neuen Wiſſenſchaft blieb aber auch bei Laplace und ſeinen Nachfolgern bis auf die Gegenwart im Dunkeln. Man leitete die Axiome ab aus der Betrachtung beſtimmter Beiſpiele, bei denen die Anſchauung an Münzen, Würfeln, Kugeln in einer Urne u. ſ. w. ihre Dienſte thut, ohne principiell gewürdigt zu werden. Poiſſon freilich ſpricht bei Gelegenheit des Beweiſes für das Geſetz der groſsen Zahlen den Satz aus, daſs wir jedes beliebige Problem der Wahrſcheinlichkeitsrechnung uns zur Fixirung der Begriffe ſo vorſtellen können, als handle es ſich um den Zug einer weiſsen Kugel aus einer Anzahl von Urnen, welche Kugeln verſchiedner Farbe enthalten. Allein auch in dieſem, der Wahrheit nahe kommenden Satze iſt die Allgemeinheit und Nothwendigkeit deſſen, was wir an der Anſchauung eines einfachen Raumbildes ermitteln, nicht ausgeſprochen.

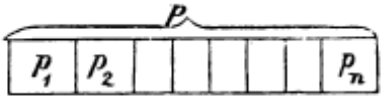
Wir wollen nun verſuchen, die einfachſten Grundſätze der Wahrſcheinlichkeitsrechnung aus dem disjunctiven Urtheile hervorgehen zu laſſen und ſie an dem Raumbilde für das diviſive Urtheil zur Anwendung zu bringen. Iſt das logiſche Verhältniſs der Wahrſcheinlichkeitsrechnung zum disjunctiven Urtheile wirklich das von uns angenommene, ſo muſs ſich das, was die Mathematiker herkömmlicher Weiſe an Münzen, Würfeln und Kugeln in einer Urne demonſtriren, an dieſer einfachen Linienzeichnung ebenſowohl veranſchaulichen laſſen.

Wir erinnern daran, daſs wir das disjunctive Urtheil S iſt entweder p_1 oder $p_2 \ldots . p_n$ durch die Combination zweier Raumbilder veranſchaulichen, welche zwei Urtheile darſtellen, deren Syntheſis das disjunctive iſt: zunächſt das kategoriſche Urtheil $S — P$:

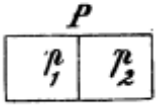
Ferner meine Schrift über die Arbeiterfrage, 3. Aufl. (Winterthur 1875.) S. 113 u. ff. — Schäffle, Bau und Leben des ſocialen Körpers. 1. Bd. Tübingen 1875. S. 110 u. ff. —



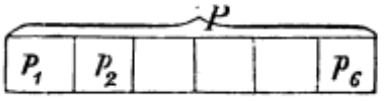
wobei S gedacht werden muſs als irgendwo in P befindlich. Um dieſe Unbeſtimmtheit innerhalb der beſtimmten Grenzen zu veranſchaulichen, nehmen wir bekanntlich die Vorſtellung der Bewegung des Punktes S durch den ganzen Raum von P zu Hülfe. Hier haben wir die Unbeſtimmtheit noch durch eine Reihe von Punkten darzuſtellen verſucht. Mit dieſem Urtheile verbindet ſich nun das diviſive: $P = p_1 + p_2 \ldots + p_n$:



In der Anſchauung der Phantaſie, die ſich leicht auch noch durch Zeichnung unterſtützen lieſse, kann man nun mit dieſem letzteren Raumbilde ausreichen, indem man ſich S durch den ganzen Raum von p_1 bis p_n wandernd, aber nirgend Ruhe findend vorſtellt. Bedeutet S die nach oben fallende Seite einer geworfenen Münze, ſo haben wir das Raumbild eines nur zweigliederigen Entweder-oder,

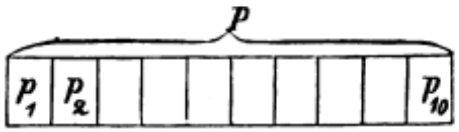


wo P die Summe der flachen Seiten bedeutet, die an der Münze vorhanden ſind, p_1 die eine und p_2 die andre derſelben. Der Raum muſs zwiſchen p_1 und p_2 gleich getheilt werden, da wir die Vorausſetzung machen, daſs beide Seiten gleich leicht nach oben fallen. Das Verhältniſs von p_1 zu P iſt 1 : 2, die Wahrſcheinlichkeit alſo, daſs dieſe beſtimmte Seite nach oben falle $= 1/2$. Ebenſo natürlich für p_2. Unſer Raumbild hat dabei noch den Vorzug, daſs wir die Halbirung des Raumes von P unmittelbar vor uns ſehen. Ebenſo verhält es ſich im Falle des Würfels:



Hier bezeichnet P wieder die Summe der Möglichkeiten. Daſs, wenn der Würfel geworfen wird, irgend eine ſeiner ſechs Flächen ſchlieſslich oben bleibt, gilt als gewiſs. Der Geſammtraum p_1 bis p_n ſtellt alſo wieder die Einheit dar, die Wahrſcheinlichkeit oben zu bleiben iſt für alle ſechs Flächen gleich und für jede einzelne

$= {}^1/_6$. — Haben wir eine Urne mit zehn Kugeln, in welche ich greifen werde, um eine derſelben herauszuziehen, ſo ſind zehn, ebenfalls als gleich zu betrachtende Möglichkeiten vorhanden. S bedeutet die gezogene Kugel, p_1, p_2 .... p_{10} die einzelnen Kugeln, oder vielmehr die Wahrſcheinlichkeiten, daſs je eine beſtimmte derſelben gezogen werde, und P die Summe dieſer Wahrſcheinlichkeiten.



Die Wahrſcheinlichkeit, eine einzelne, beſtimmte Kugel zu ziehen, iſt, wie man ſieht ${}^1/_{10}$; daſs man überhaupt eine beliebige ziehen werde, alſo die Summe der 10 Möglichkeiten iſt als gewiſs zu betrachten, wird alſo durch den Geſammtraum von $P = 1$ dargeſtellt. Die Mathematiker pflegen gewöhnlich zur genaueren Veranſchaulichung anzunehmen, daſs unter den 10 Kugeln eine weiſse und neun farbige oder ſchwarze ſeien. Man fragt dann, wie groſs die Wahrſcheinlichkeit ſei, die weiſse Kugel zu ziehen, und die Antwort iſt natürlich wieder ${}^1/_{10}$, da der Wahrſcheinlichkeitsraum für die weiſse Kugel nach der Vorausſetzung weder gröſser noch kleiner ſein kann, als für irgend eine der ſchwarzen. Dieſe Annahme hat für manche Probleme ihre Vorzüge, hat aber auch den Nachtheil, daſs man dabei immer wieder erinnern muſs, daſs es ſich mit der weiſsen Kugel um kein Haar anders verhalte, als mit einer beliebigen einzelnen ſchwarzen Kugel. Denn da die Vorausſetzung iſt, daſs der Ziehende die Farbe nicht unterſcheiden kann, ſo iſt der Fall für jede einzelne der 10 Kugeln, die weiſse inbegriffen, durchaus derſelbe. Die Annahme übrigens, daſs eine der Kugeln eine weiſse ſei, entſpricht mehr den Vorausſetzungen eines Spiels, bei welchem dann die neun ſchwarzen Kugeln nicht mehr als einzelne in Betracht kommen, ſondern collectiv gefaſst werden. In der That ſieht man leicht, daſs der Wahrſcheinlichkeit, die weiſse Kugel zu ziehen, diejenige, irgend eine ſchwarze zu ziehen, ergänzend gegenüberſteht, denn beide Fälle zuſammen entſprechen der Gewiſsheit, daſs ich überhaupt eine Kugel ziehen werde, ſei ſie nun weiſs oder ſchwarz. Gehen wir nun auf die Sätze zurück, welche wir oben über die Natur des disjunctiven Urtheils entwickelt haben, ſo ſehen wir leicht, daſs die Wahrſchein-

lichkeit, irgend eine der neun ſchwarzen Kugeln, ſei es, welche es wolle, zu ziehen, gleich iſt der Summe der einzelnen Wahrſcheinlichkeiten für jede beſtimmte ſchwarze Kugel. Dieſe Summe iſt aber $^9/_{10}$ und dieſe Wahrſcheinlichkeit ſteht nun derjenigen von $^1/_{10}$ für die weiſse Kugel ſo gegenüber, daſs beide zuſammen die Gewiſsheit ausmachen und daſs zwiſchen der einen und der andern dieſer beiden Möglichkeiten ein contradictoriſcher Gegenſatz ſtattfindet.

Ganz wie wir oben beim disjunctiven Urtheil ſahen, können nun auch zum Zweck der Wahrſcheinlichkeitsrechnung die Möglichkeiten beliebig getrennt und verbunden werden und immer wird ſich zwiſchen je zwei Summen, welche zuſammen dem eingetheilten Ganzen entſprechen, der contradictoriſche Gegenſatz wieder herſtellen. Unterſuchen wir z. B. beim Würfel,

p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6

wie groſs die Wahrſcheinlichkeit iſt, daſs eine mit einer ungraden Zahl bezeichnete Fläche nach oben kommt, ſo haben wir das Maſs der Wahrſcheinlichkeit für p_1, p_3 und p_5 zu addiren. Wir finden $^3/_6$ oder $^1/_2$. Hieraus ergiebt ſich ſchon ohne ſpecielle Unterſuchung, daſs auch das Maſs der Wahrſcheinlichkeit des contradictoriſchen Gegentheils $^1/_2$ iſt, d. h. daſs ſich die Wahrſcheinlichkeiten für den Wurf einer ungraden und den einer graden Zahl gleich ſtehen Ihre Summe iſt wieder die Gewiſsheit. Will ich wiſſen, wie groſs die Wahrſcheinlichkeit iſt, entweder 1 oder 6 zu werfen, ſo habe ich die beiden entſprechenden Umfangsgebiete zu addiren; ich erhalte alſo $^2/_6$ oder $^1/_3$ und für das contradictoriſche Gegentheil $^2/_3$.

Wenn in einer Urne 12 Kugeln liegen, welche mit den Zahlen 1, 2, 3 u. ſ. w. bezeichnet ſind, ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit eine der ſieben erſten zu ziehen, offenbar $^7/_{12}$; die des contradictoriſchen Gegentheils $^5/_{12}$. Ganz die gleiche Theilung in die entgegenſtehenden Wahrſcheinlichkeiten tritt natürlich ein, wenn die Urne ſieben blaue und 5 rothe Kugeln ohne weitere Bezeichnung enthält und es ſich nur darum handelt, im erſten Zuge eine blaue Kugel zu ziehen. In den Glücksſpielen ſtellt ſich die Wahrſcheinlichkeit des contradictoriſchen Gegentheils dar als die Wahrſcheinlichkeit des Verlierens gegenüber der des Gewinnens. Ebenſo wird bei Wetten das Verhältniſs der einander entgegenſtehenden Wahrſcheinlichkeiten zur Beurtheilung der Ausſichten auf Gewinn und Verluſt angewandt. Hieraus ergeben ſich vortreffliche Beiſpiele zur Veranſchaulichung

der Principien. Die Anwendung als ſolche, und daher namentlich auch die ſo ungemein wichtige Anwendung dieſer Principien im Leben und in der Wiſſenſchaft gehört nicht in das Gebiet der reinen, ſondern in das der angewandten Logik, wo ſie mit der Theorie der Induction in die engſte Verbindung tritt.

Wir haben alſo bis jetzt folgende Sätze aus dem Weſen des disjunctiven Urtheils abgeleitet.

1. Das Maſs der Wahrſcheinlichkeit iſt ein Bruch, deſſen Nenner die Summe aller möglichen Fälle, und deſſen Zähler die Summe derjenigen Fälle umfaſst, in welchen der Gegenſtand der Wahrſcheinlichkeit ſtattfindet.

Wie wir oben geſehen haben, kann man die Glieder einer Disjunction zuſammenziehen und theilen, ohne das Weſen des disjunctiven Urtheils anzutaſten. Ebenſo iſt ganz ſelbſtverſtändlich, daſs man die auf die Wahrſcheinlichkeit eines und deſſelben Ereigniſſes bezogenen Brüche in freieſter Weiſe mathematiſch behandeln kann.

2. Die Wahrſcheinlichkeit eines Ereigniſſes und diejenige des contradictoriſchen Gegentheils machen ſtets zuſammen die Gewiſsheit aus.

Das contradictoriſche Gegentheil kann dabei natürlich ſowohl in einer Summe verſchiedner andrer Ereigniſſe beſtehen, als auch in einem einzigen, wie z. B. beim Werfen einer Münze. Wenn zwei einfache oder zuſammengeſetzte Ereigniſſe ſich ſo verhalten, daſs die Maſse ihrer Wahrſcheinlichkeit zuſammen die Gewiſsheit ausmachen, d. h. daſs eins derſelben nothwendig eintreten muſs, ſo ſtehen ſie auch in contradictoriſchem Gegenſatze.

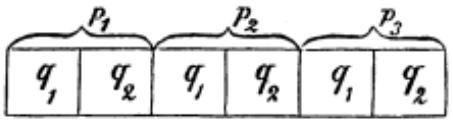
Wir gehen nun dazu über, die Wahrſcheinlichkeit des Zuſammentreffens zweier von einander unabhängiger Ereigniſſe zu unterſuchen. Die Ereigniſſe S und S^1 mögen die Disjunction haben:

p_1	p_2	p_3

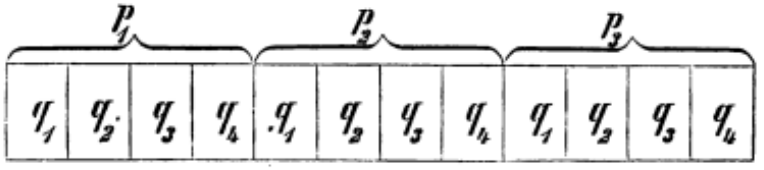
q_1	q_2

dann iſt, Gleichheit der Felder vorausgeſetzt, die Wahrſcheinlichkeit von $p_1 = 1/3$ und diejenige von $q_1 = 1/2$. Es fragt ſich nun, wie groſs die Wahrſcheinlichkeit ſei, daſs p_1 und q_1 zuſammentreffen. Offenbar kann mit p_1 ſowohl q_1 als q_2 mit gleicher Wahrſcheinlichkeit zuſammentreffen. Ebenſo aber mit p_2 und p_3. Da nun unſre Felder nur eine relative Bedeutung haben und ihre abſolute Gröſse

gleichgültig iſt, ſo können wir dieſen Sachverhalt in folgender Weiſe zur Anſchauung bringen:



Sobald das veranſchaulichende Raumbild fertig iſt, leſen wir aus demſelben ab, daſs es ſechs verſchiedne Fälle giebt, unter denen nur einer der Vorausſetzung eines Zuſammentreffens von p_1 und q_1 entſpricht. Die Wahrſcheinlichkeit deſſelben iſt alſo $^1/_6$. Dabei iſt es natürlich völlig gleichgültig, ob wir q_1 und q_2 auf die p_1, p_2, p_3 vertheilen, oder umgekehrt. Man ſieht auch leicht, daſs, wie man auch den Fall variiren möge, ſtets das Product der beiden Wahrſcheinlichkeiten als Wahrſcheinlichkeit des Zuſammentreffens ſich ergeben muſs. Wir wollen annehmen, die Wahrſcheinlichkeit eines Ereigniſſes X ſei $^2/_3$; die eines andern, Y, $^3/_4$, ſo ergiebt ſich zur Beurtheilung des Zuſammentreffens folgendes Raumbild:



Wir wollen annehmen, die dem Ereigniſſe günſtigen Fälle ſeien p_1, p_2 und q_1, q_2, q_3, ſo lieſt man von der Zeichnung ab, daſs ſechs Fälle dem fraglichen Zuſammentreffen günſtig ſind, während die Geſammtzahl der Fälle 12 beträgt. Wir haben alſo wieder für das Zuſammentreffen der Ereigniſſe X und Y das Product der Wahrſcheinlichkeiten der iſolirten Ereigniſſe, $^6/_{12}$ oder $^1/_2$.

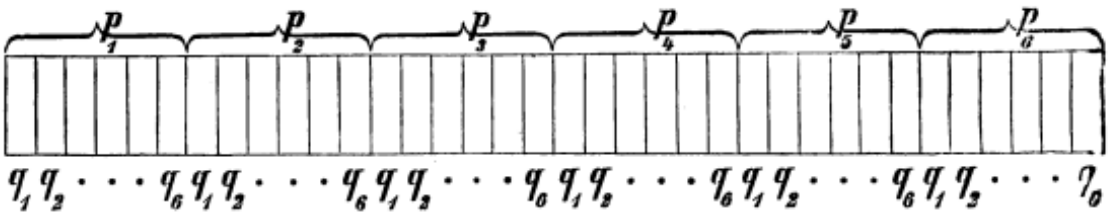
Bei dieſem Satze iſt die Anwendung auf Fälle des täglichen Lebens eine beſonders reiche und mannigfaltige. Auch läſst ſich hier beſonders deutlich einſehen, wie die principielle Klarheit, welche die mathematiſchen Fundamentalformeln mit ſich bringen, auch da noch von gröſster Bedeutung ſein kann, wo eine genaue Rechnung mit denſelben entweder nicht möglich oder nicht von hinlänglichem Nutzen iſt. Zwar gehören dieſe Anwendungen ſtreng genommen nicht in die formale Logik, allein es iſt doch gut, ſchon hier einen vorläufigen Einblick in die Wichtigkeit dieſes Gebietes zu gewinnen. Dies geſchieht am beſten durch die Wahl einiger Beiſpiele.

Wenn ein Rechner in einem Bankgeſchäft die Wahrſcheinlichkeit hat, ſich unter 2000 Rechnungen einmal zu irren, und ein

zweiter Rechner einmal unter 5000, ſo wird die Wahrſcheinlichkeit, daſs beide zugleich irren, wenn ſie denſelben Cours eines Papieres berechnen, auf 1 : 10 Millionen herabgedrückt. Noch ungleich geringer und kaum abzuſchätzen iſt die Wahrſcheinlichkeit, daſs beide zugleich in derſelben Weiſe irren und daher wieder übereinſtimmen; es ſei denn, daſs hierfür eine conſtante Urſache in der Natur der Rechnung läge. — Eine Fangvorrichtung zur Sicherung des Förderkorbes in einem Schachte mag ſo beſchaffen ſein, daſs ſie unter 1000 Malen, wo ſie in Anſpruch genommen wird, einmal zu verſagen droht. Kann man nun an dem gleichen Förderkorbe eine zweite Vorrichtung, unabhängig von der erſten, anbringen, welche die gleiche relative Sicherheit gewährt, ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit des gleichzeitigen Verſagens beider nur 1 : 1 Million. Freilich kommen grade hier gar zu leicht conſtante und gemeinſame Urſachen vor, welche auf das gleichzeitige Verſagen beider Verſicherungen, hinwirken: Unordnung und Sorgloſigkeit, welche die Maſchinen verkommen läſst. Damit aber werden natürlich die Vorausſetzungen, auf welchen die Rechnung beruhte, aufgehoben. — Die Wahrſcheinlichkeit, daſs zwei Schüler in ihren Arbeiten zufällig den gleichen grammatiſchen Fehler machen, ſei 1 : 20. Kommt dann das gleiche Factum in gleicher Arbeit viermal vor, ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit eines rein zufälligen Zuſammentreffens $1 : 20^4$ oder 1 : 160000, in welchem Falle man meiſtens die Wahrſcheinlichkeit eines nicht zufälligen Zuſammentreffens ungleich gröſser veranſchlagen wird. — Wenn man bei einer Nachricht, welche ſich durch Tradition fortpflanzt, die Wahrſcheinlichkeit, daſs der erſte Zeuge ganz richtig berichtet habe, zu $^9/_{10}$ veranſchlagt, und wenn man der Einfachheit wegen den folgenden Zeugen immer die gleiche Glaubwürdigkeit beimiſst, ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit, daſs der Bericht noch immer richtig ſei, nach 20 Zeugen ſchon auf $(^9/_{10})^{20}$ herabgeſunken, eine Zahl, welche kleiner iſt als ein Achtel.*)

*) Hier hat Lotze, der ſonſt in anerkennenswerther Weiſe die Logik des Wahrſcheinlichen behandelt, den Sinn der Behauptung wohl nicht richtig aufgefaſst, wenn er (Logik S. 421 u. f.) die ganze Aufſtellung als willkürlich und unhaltbar nachzuweiſen ſucht. Von einer arithmetiſchen Abnahme der Glaubwürdigkeit der Zeugen kann hier gar keine Rede ſein. Ueberhaupt werden die Zeugen ja für ſich jeder als gleich glaubwürdig betrachtet. Auch findet keine Veränderung der Bedingungen des Falles ſtatt. Es handelt ſich einfach, wie beim dritten Laplace'ſchen Satze über-

Für den Wurf mit zwei Würfeln ſtellt ſich uns folgendes Raumbild dar:



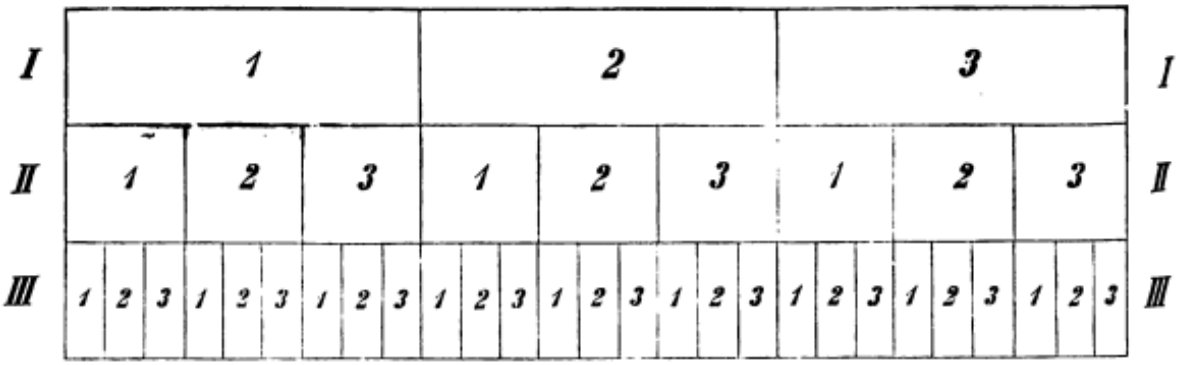
Denkt man ſich die Seiten der Würfel mit den Zahlen von 1 bis 6 bezeichnet, ſo bedeutet p_1 die Wahrſcheinlichkeit, daſs mit dem erſten Würfel 1 geworfen werde, q_1 daſs mit dem zweiten Würfel 1 geworfen werde, u. ſ. w. — Welchen Würfel man dabei als erſten oder zweiten betrachten wolle, iſt natürlich total gleichgültig. Die Geſammtzahl der Möglichkeiten iſt, wie man ſieht, 6^2 oder 36, und die Wahrſcheinlichkeit mit beiden Würfeln zugleich 1 zu werfen, iſt $^1/_{36}$, da das Zuſammentreffen von p_1 und q_1 nur ein einziges Mal vorkommt. Ebenſo verhält es ſich mit dem Zuſammentreffen von p_2, q_2; p_3, q_3 u. ſ. w. Will man dagegen die ſämmtlichen Würfe, welche gleiche Augenzahl ergeben, unter einem gemeinſamen Oberbegriff zuſammenfaſſen, ſo hat man für dieſen die einzelnen Wahrſcheinlichkeiten, welche unter dieſen Oberbegriff fallen, zu addiren. Man nenne einen ſolchen Wurf mit gleichen Augen einen Paſch, ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit ſeines Eintretens, wie man ſieht, $^6/_{36}$ oder $^1/_6$. —

Das Zuſammentreffen in unmittelbarer zeitlicher Succeſſion wird unter dem gleichen Raumbilde angeſchaut, wie das Zuſammentreffen in räumlicher Ausbreitung. Wir haben daher auch für die Wahrſcheinlichkeit, mit einem einzigen Würfel zweimal nacheinander 6 zu werfen, den Werth $^1/_{36}$, zweimal nacheinander überhaupt die gleiche Zahl Augen zu werfen $^1/_6$ u. ſ. w. — Die Wahrſcheinlichkeit in zwei Würfen mindeſtens einmal ſechs zu werfen,

---

haupt, um eine Combination der möglichen Fälle, die ſofort ganz klar wird, wenn man auf das zu Grunde liegende disjunctive Urtheil zurückgeht: die Ausſagen des Zeugen ſind entweder wahr oder falſch, und zwar in je neun Fällen wahr und in einem falſch. Alſo iſt die Wahrſcheinlichkeit, daſs er in dieſem beſtimmten Falle richtig ausſage, bei jedem einzelnen Zeugen $= {}^9/_{10}$; daſs dies aber 20 Mal nacheinander der Fall ſei und nie die unrichtige Ausſage eintrete, hat die Wahrſcheinlichkeit $({}^9/_{10})^{20}$. Daſs ſich dieſe Rechnung nicht an die Stelle der hiſtoriſchen Kritik ſetzen kann, iſt durchaus ſelbſtverſtändlich. Sie iſt aber ſehr geeignet, derſelben in einem einzelnen beſtimmten Punkte ihrer reichen Methodologie Licht zu geben.

läfst ſich ebenfalls an unſerm Raumbild mit Leichtigkeit ableſen. Wir finden unter p_6 ſechs günſtige Combinationsfälle, die daraus entſtehen, daſs gleich im erſten Wurf die Zahl 6 getroffen wird; daneben bleibt dann noch je ein günſtiger Fall, q_6, unter p_1 bis p_5 für den zweiten Wurf. Wir erhalten alſo 11 günſtige Fälle und die geſuchte Wahrſcheinlichkeit iſt $^{11}/_{36}$. — Für die Wahrſcheinlichkeit aus einer Urne in drei aufeinander folgenden Zügen mindeſtens einmal eine beſtimmte, z. B. blaue Kugel zu ziehen, wenn die Urne drei Kugeln, blau, roth und grün, enthält und die gezogene Kugel jedesmal wieder eingelegt wird, können wir folgendes Raumbild aufſtellen:



I, *II*, *III* bedeuten den erſten, zweiten, dritten Zug; 1, 2, 3 die drei Möglichkeiten, welche ſich bei jedem Zuge ergeben. Es ſeien, in dieſer Reihenfolge, 1, 2, 3, blau, roth und grün! Dann bedeutet z. B. die Zahlenreihe für den zweiten Zug:

1 = blau, wenn im erſten Zuge ebenfalls blau gezogen wurde.
2 = roth, wenn im erſten Zuge blau gezogen wurde.
3 = grün, - - - - - - -
1 = blau, - - - - roth - -
2 = roth, - - - - - - -

u. ſ. w.

Die Zahlenreihe *III:*

1 = blau, wenn im erſten und zweiten Zuge ebenfalls blau gezogen wurde.
2 = roth, wenn im erſten und zweiten Zuge blau gezogen wurde.
3 = grün, - - - - - - - - -

u. ſ. w.

In der dritten Reihe haben die einzelnen Felder nur $^1/_9$ der Ausdehnung von derjenigen der Felder erſter Reihe. Dafür kann man je ihrer neun wieder zuſammenfaſſen, die eine vollſtändige

Disjunctionsreihe bilden. So z. B. wenn man ſämmtliche mit 1 bezeichnete Felder in der dritten Reihe zuſammen ſucht:

1) blau wenn *II* blau und *I* blau
2) - - - roth - - -
3) - - - grün - - -
4) - - - blau - - roth
5) - - - roth - - -
6) - - - grün - - -
7) - - - blau - - grün
8) - - - roth - - -
9) - - - grün - - -

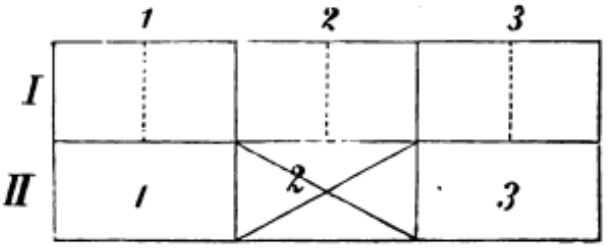
Dieſe neun Fälle umfaſſen die Summe aller Möglichkeiten, unter welchen blau im dritten Zuge überhaupt vorkommen kann, und die Summe dieſer neun Felder muſs alſo, entſprechend der relativen Wahrſcheinlichkeit von blau, genau gleich groſs ſein, wie die Summe der 3 mit 1 bezeichneten in der zweiten Reihe und wie das einzige mit 1 bezeichnete Feld in der erſten Reihe. Es iſt auch wieder ganz gleichgültig, ob man die erſte Reihe in 3 und die letzte in 27 Felder theile oder umgekehrt. Das Bild der Wahrſcheinlichkeitsverhältniſſe bliebe daſſelbe. Man muſs dann nur die Möglichkeit der Combinationen ſchon beim erſten Wurfe zum Voraus erwägen, während man bei der natürlicheren Folge der Reihen dieſe Combinationen mit ſammt ihrer Regel unter ſeinen Händen entſtehen ſieht.

Während ſo die Zuſammenſtellung der überhaupt möglichen Fälle ſich von ſelbſt ergiebt, muſs dagegen bei der Beſtimmung der Summe der günſtigen Fälle oft beſondre Aufmerkſamkeit angewandt werden. So z. B. bei der Frage nach der Wahrſcheinlichkeit mit 2 Würfeln 4 oder 7 zu werfen. Die erſtere Möglichkeit ſetzt ſich zuſammen aus $1+3$, $2+2$ und $3+1$, iſt alſo $= {}^{3}/_{36}$ oder ${}^{1}/_{12}$; die andre aus $1+6$, $2+5$, $3+4$, $4+3$, $5+2$, $6+1$, iſt alſo $= {}^{6}/_{36}$ oder ${}^{1}/_{6}$. Auch hiefür kann das entſprechende Raumbild ſichere Anleitung geben. Das Nähere jedoch über dieſe und manche andre zuſammengeſetztere Anwendung der ſchon erörterten Grundſätze würde uns hier zu weit führen. Wir haben hinlänglich gezeigt, daſs auch folgender ſehr wichtiger Grundſatz der Wahrſcheinlichkeitsrechnung mit allen ſeinen Conſequenzen aus dem Weſen des disjunctiven Urtheils flieſst.

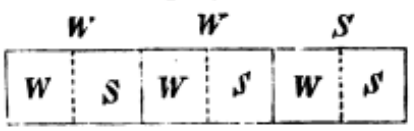
3. Das Maſs der Wahrſcheinlichkeit für das räumliche oder zeit-

liche Zuſammentreffen zweier oder mehrerer von einander unabhängiger zufälliger Ereigniſſe iſt das Product der Wahrſcheinlichkeiten der einzelnen Ereigniſſe.

Wenn man in einer Urne zwei weiſse Kugeln und eine ſchwarze hat, ſo kann man auch annehmen, daſs zweimal gezogen werde, ohne daſs die gezogene Kugel, wie in den bisherigen Fällen, zurückgelegt wird. Fragt man nun, wie groſs in dieſem Falle die Wahrſcheinlichkeit iſt, zweimal nacheinander eine weiſse Kugel zu ziehen, ſo daſs die ſchwarze allein übrig bleibt, ſo ſind die Bedingungen des zweiten Zuges durch den Erfolg des erſten verändert. Wir können dies in folgendem Bilde darſtellen:



Anfangs iſt im *I.* Zuge, wenn die Urne nur eine ſchwarze und zwei weiſse Kugeln enthält, die Wahrſcheinlichkeit eine weiſse zu ziehen, unzweifelhaft $^2/_3$. Nun aber iſt für den zweiten Zug das Problem ſo modificirt, daſs nicht mehr drei, ſondern nur noch zwei Möglichkeiten vorhanden ſind. Dieſe Veränderung ſtellen wir dadurch dar, daſs wir eins der drei Felder in *II.* Reihe durchkreuzen, einerlei welches; es ſei das mittlere. Wir haben nun hier nur noch zwei Möglichkeiten, und die Wahrſcheinlichkeit eine weiſse Kugel zu ziehen, iſt offenbar $^1/_2$, da das vertilgte dritte Feld durch Ziehung der erſten weiſsen Kugel in Wegfall gekommen iſt. Will man nun ſtatt dieſer einfachen Wahrſcheinlichkeiten für den erſten und zweiten Zug ſchon gleich von vorn herein wiſſen, wie groſs die Wahrſcheinlichkeit iſt, zweimal nacheinander die weiſse Kugel zu ziehen, ſo darf man nur die beiden Möglichkeiten des zweiten Zuges auf die drei des erſten projiciren:



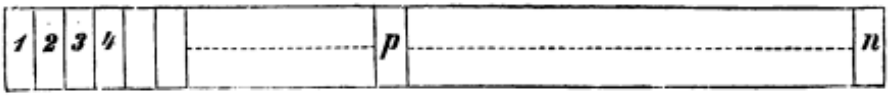
und man ſieht alsbald, daſs die geſuchte Wahrſcheinlichkeit $^2/_6$ oder $^1/_3$ iſt. — Man kann in dieſem Falle auch annehmen, es ſei unbekannt, was für eine Veränderung die Zurückführung der Wahr-

ſcheinlichkeit von $^2/_3$ im erſten Zuge auf $^1/_3$ für das Schlufsreſultat herbeigeführt habe. Es mufs jedoch ein mit dem urſprünglichen Ereigniſs zuſammentreffendes geweſen ſein, welches fähig war, die Wahrſcheinlichkeit deſſelben auf die Hälfte zu reduciren. Wenn es z. B. feſtſteht, dafs für eine gewiſſe Ausſaat in der Regel zwei Drittel der Keime aufgehen; ſo hat alſo jedes einzelne Saatkorn a priori die Wahrſcheinlichkeit von $^2/_3$ aufzugehen. In einem beſtimmten Falle nun ſtelle es ſich heraus, dafs nur $^1/_3$ der Saat aufgegangen iſt, alſo jedes Saatkorn die Wahrſcheinlichkeit von $^1/_3$ gehabt hat, aufzugehen. Man ſchliefst daraus auf eine Urſache, welche die Hälfte der Keime vernichtet hat und unter deren alleinigem Einfluſſe alſo die Wahrſcheinlichkeit des Aufkommens $^1/_2$ geweſen wäre. Die Diviſion der beobachteten Wahrſcheinlichkeit durch die urſprünglich gegebene wird dieſen Factor, der übrigens auch ein zuſammengeſetzter ſein kann, nach der Seite der formalen Wahrſcheinlichkeit des Ereigniſſes, welche er mit ſich bringt, herausſtellen. Man kann daher dieſen Fall als eine Rückoperation des vorhergehenden betrachten. Aus dieſen Erwägungen laſſen ſich zwei Sätze ableiten, die Laplace in etwas anderer Faſſung als vierten und fünften Grundſatz der Wahrſcheinlichkeitsrechnung aufſtellt. Sie ſind jedoch in der Anwendung mit Vorſicht zu behandeln und es fragt ſich noch, ob ſie den Namen ſelbſtändiger Grundſätze verdienen und nicht vielmehr als bloſse Anwendungen des vorhergehenden Grundſatzes zu betrachten ſind:

4. Wenn ein Ereigniſs A in einer gewiſſen Anzahl von Fällen durch ein andres B hervorgebracht wird, ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit von A, gleich der Wahrſcheinlichkeit von B multiplicirt mit der Wahrſcheinlichkeit (γ), mit welcher A von B hervorgebracht wird.

5. Wenn man die Wahrſcheinlichkeit zweier, ſich wie A und B verhaltender Ereigniſſe hat, kann man das Maſs der Abhängigkeit des Ereigniſſes B von A, die Wahrſcheinlichkeit γ, dadurch finden, dafs man das Wahrſcheinlichkeitsmafs von B durch dasjenige von A dividirt.

Will man bei der bloſsen Modification der Wahrſcheinlichkeit durch einen Eingriff in die Bedingungen ſtehen bleiben, ſo bietet ſich hiefür folgendes einfache Raumbild dar:



Wir haben n Glieder, darunter p günſtige. Nehme ich nun eins der letzteren und damit auch eins der erſteren hinweg, ſo verwandelt ſich die Wahrſcheinlichkeit, welche vorher $\frac{p}{n}$ war, in $\frac{p-1}{n-1}$, d. h. ſie wird etwas gröſser. Dies iſt, in allgemeinerer Form, der Fall der Entnahme einer weiſsen Kugel aus einer Urne, welche in der Geſammtzahl n, p weiſse enthält. Die Wahrſcheinlichkeit, in dieſer Weiſe mehrmals nacheinander weiſs zu ziehen, iſt alsdann wieder das Product der einzelnen Wahrſcheinlichkeiten, alſo $\frac{p\,(p-1)}{n\,(n-1)}$ u. ſ. w.

Die übrigen Grundſätze von Laplace, ſo intereſſant und wichtig ſie auch ſein mögen, enthalten nirgend ein neues Formalprincip, ſondern gehören in die angewandte Logik, und theilweiſe auf die pſychologiſche Seite der Erkenntniſstheorie. Es genügt aber für unſern Zweck vollſtändig, daſs die formalen und aprioriſchen Grundlagen der Wahrſcheinlichkeitsrechnung aus dem Weſen des disjunctiven Urtheils hervorgehn, daſs ſie ihre axiomatiſche Kraft aus der Anſchauung ziehen, und daſs dieſe Anſchauung am allgemeinſten und überzeugendſten an denſelben einfachen linearen Raumbildern gewonnen werden kann, welche auch zur Darſtellung der Eigenthümlichkeiten des disjunctiven Urtheils dienen.

VI.

Raum, Zeit und Zahl.

Die wichtigſten Reſultate, welche ſich uns bisher ergeben haben, mögen etwa folgende ſein: Die formale Logik hat als apodiktiſche Wiſſenſchaft einen Werth, der von ihrer Nützlichkeit ganz unabhängig iſt, da jedem Syſtem a priori gültiger Wahrheiten die höchſte Beachtung zukommt. Eben deshalb muſs auch die formale Logik von den erkenntniſstheoretiſchen Betrachtungen geſondert behandelt werden, da nur der reinen Technik der Begriffe jene, der Mathematik vergleichbare Apodikticität zukommt. Dieſe beruht auf der räumlichen Anſchauung. — In die ariſtoteliſche Logik ſind mancherlei fremdartige Beſtandtheile aus ſeiner metaphyſiſchen Erkenntniſstheorie eingedrungen, ſo namentlich die Lehre von der Modalität der Urtheile, bei deren Prüfung ſich zugleich herausſtellt, daſs die Begriffe der Möglichkeit und der Nothwendigkeit keine logiſche Selbſtändigkeit haben, ſondern auf die Begriffe des Allgemeinen und des Beſondern zurückzuführen ſind. Die Stellung des aſſertoriſchen Urtheils zwiſchen dem problematiſchen und apodiktiſchen wurde als falſch erkannt, und dem aſſertoriſchen, ſofern es Thatſachen ausſpricht, der höchſte Grad der Gewiſsheit zuerkannt. Bei der Betrachtung des particularen Urtheils trat uns mit beſondrer Deutlichkeit der Unterſchied zwiſchen der alten und der modernen Logik entgegen. Die erſtere iſt durchweg Logik des Inhalts, die letztere Logik des Umfangs. Noch nirgend conſequent durchgeführt, macht ſie ſich doch unter dem allgemeinen Einfluſs der modernen Denkweiſe überall geltend. Sie ſchlieſst ſich naturgemäſs an die höheren Gebiete der Logik an,

welche erſt in der Neuzeit entſtanden ſind, und die Begründung der apodiktiſchen Sätze auf die räumliche Anſchauung tritt in ihr deutlicher hervor als in der alten Logik. Eine ziemliche Anzahl von Miſsverſtändniſſen und Fehlern iſt aus der Vermengung beider Standpunkte entſtanden. Die in neuerer Zeit üblich gewordene Darſtellung der Begriffsverhältniſſe durch Sphärenbilder ſchwankt noch zwiſchen Veranſchaulichung und Beweis. Einzelne Logiker nehmen die Sphärenbilder als beweiſend an, ohne die Conſequenzen dieſer Annahme hinlänglich zu beachten. Wenn die Sphärenbilder der Begriffsverhältniſſe beweiſend ſein ſollen, ſo müſſen ſich auch aus der conſequenten Entwicklung ihrer überhaupt möglichen Combinationen ſämmtliche Regeln der Syllogiſtik, ſowie der Umkehrung der Urtheile ergeben. Dies wird thatſächlich nachgewieſen und damit der Begründung der logiſchen Apodikticität auf räumliche Anſchauung eine neue Stütze gegeben. In der Syllogiſtik wird die Unhaltbarkeit der gewöhnlichen Anſicht vom Werthe der verſchiednen Schlufsformen gezeigt und dargethan, daſs grade diejenigen Formen, welche ihrer Natur nach nicht durch den Realgrund als Mittelbegriff ſchlieſsen, in den neueren Wiſſenſchaften die gröſste Bedeutung erlangt haben. Endlich wurde gezeigt, daſs das disjunctive Urtheil ſich von allen andern Urtheilsformen unterſcheidet, und daſs es die Grundlage bildet für die höheren Gebiete der modernen Logik, insbeſondere für die Wahrſcheinlichkeitsrechnung. Die fundamentalen Sätze derſelben lieſsen ſich aus dem Weſen des disjunctiven Urtheils ableiten und an einfachen linearen Raumbildern, identiſch mit denjenigen für das disjunctive Urtheil, zur Anſchauung bringen und damit beweiſen.

Wir ſehen, wie ſich durch alle Neuerungen die Bedeutung des Raums und der räumlichen Anſchauung hindurchzieht. Zwar liegt das Raumbild auch der alten Logik zu Grunde, allein erſt in der modernen, welche die Begriffsverhältniſſe nach dem Umfang der Begriffe ordnet, und welche dieſen Umfang als ein collectives Ganze betrachtet, ſieht man unmittelbar den Zuſammenhang zwiſchen der Apriorität der Sätze und der räumlichen Anſchauung. Die collective Auffaſſung des Begriffs, welche Leibnitz (ſ. oben S. 72. f.) als einen ſo ſchweren Fehler des Nizolius betrachtete, iſt der modernen Logik weſentlich, und es haben alſo in ihr in der That, was Leibnitz ſo ſehr befürchtete, die Empiriker geſiegt. Zunächſt freilich gilt dieſer Sieg nur für die logiſche Technik, und

wenn es den Metaphyſikern beliebt, nach wie vor den Gemeinbegriff als ein »*totum diſtributivum*« aufzufaſſen, ſo haben ſie ſich nur darüber auszuweiſen, daſs bei vorkommenden Schlüſſen ihre Begriffe ſich in formaler Hinſicht genau ſo verhalten, als ſeien ſie Collectivbegriffe, denn nur für dieſe iſt die Apriorität der Begriffsverhältniſſe aus der räumlichen Anſchauung zu entnehmen.

Für unſre erkenntniſstheoretiſche Unterſuchung aber ſteht es keineswegs feſt, daſs die Empiriker geſiegt haben; handelt es ſich doch eben um den Urſprung aprioriſcher Elemente, die wir in der Logik wie in der Mathematik vorfinden. Allerdings iſt jenes blitzſchnelle Durchprobiren mannigfaltiger Variationen innerhalb des vom Begriff gegebenen Geſetzes der Erfahrung verwandt, allein es iſt doch etwas ganz Andres als Erfahrung. Der ganze Vorgang bleibt in uns. Es bedarf keines erneuten, ja nicht einmal eines erſten Anſtoſses von Auſsen, um die Wahrheit eines Satzes zu erkennen. Immerhin aber iſt ſo viel richtig, daſs die aprioriſchen Urtheile nicht fertig im Geiſte liegen, ſondern daſs ſie, ganz wie die Erfahrungsurtheile, durch einen plötzlichen Act pſychiſcher Syntheſis geſchaffen worden. Sie ſind daher auch, ganz wie die Erfahrungsurtheile, wiewohl in ungleich geringerem Grade, dem Irrthum unterworfen; was ihrem Anſpruch auf Nothwendigkeit keinen Eintrag thut, ſo lange der Irrthum nicht entdeckt und widerlegt wird.*) Soll man nun, bei dieſer allerdings ſchlagenden

*) Vgl. Geſch. d. Materialismus. 2. Aufl. II. S. 20. u. f. — Wenn Göring in ſeinem verdienſtlichen Verſuch einer Kritik der Vernunftkritik (Syſtem der krit. Philoſophie II. Leipz. 1875. S. 153) bemerkt, es komme ihm mir gegenüber hauptſächlich darauf an, zu beweiſen, daſs man dem objectiven, wie dem ſubjectiven Factor in der Erkenntniſs das gleiche Recht widerfahren laſſen müſſe, ſo iſt dem gegenüber zunächſt der Sinn von »objectiv« und »ſubjectiv« in's Klare zu ſtellen. Man braucht dieſe Ausdrücke jetzt oft wie »äuſserlich« (im Sinne von an ſich beſtehenden Dingen) und »innerlich« d. h. aus dem empiriſch erkannten eignen Leib und ſeinen pſychiſchen Functionen ſtammend. Auch wird »objectiv« als an ſich gewiſs, »ſubjectiv« als bloſs individuell angeſehen. Der urſprüngliche Gebrauch dieſer Ausdrücke iſt davon ſehr verſchieden. Kant hat zur Umbildung, nicht auf dem Wege abſichtlich veränderter Nomenclatur, ſondern durch Sinn und Inhalt ſeiner Philoſophie ſelbſt, den Anſtoſs gegeben und die Miſsverſtändniſſe ſeiner Nachfolger thaten das Weitere. Vgl. z. B. folgende Stelle in der Kritik der r. Vern. (Elementarl. II. Th., II. Abth., 1. Buch, 2. Abſchn.), an welcher der Uebergang der Bedeutungen deutlich hervortritt. »Wenn man eine Idee nennt, ſo ſagt man dem Object nach (als von einem Gegenſtande des reinen Verſtandes) ſehr viel, dem Subjecte nach aber (d. i. in Anſehung ſeiner Wirklichkeit unter empiriſcher

Analogie den Vorgang in der Anſchauung aus demjenigen in der Erfahrung ableiten, oder umgekehrt, oder etwa beide aus einem gemeinſamen Princip? Erſteres ſcheint unmöglich, da die Erfahrung ſelbſt der Erklärung bedarf; vor allen Dingen hinſichtlich der Raumform und des Zuſammenhangs in ihren Erſcheinungen. Die empiriſtiſche Raumlehre der Phyſiologen leiſtet vortreffliche Dienſte zur Erklärung der Ausbildung und Vervollkommnung unſrer Raumvorſtellungen, aber den erſten Urſprung derſelben vermag ſie nicht zu erklären; den Raum ſelbſt ſetzt ſie überall ſchon voraus. Auch Lotze's berühmte Theorie der Localzeichen in den Empfindungen ſetzt den Raum ſchon im erſten Anfange voraus; denn wie kann eine Empfindung Localzeichen ſein, wenn nicht das Princip der Localiſation und damit eine Raumvorſtellung ſchon gegeben wäre. Darin wird alſo Kant wohl Recht behalten: Die Vorſtellung des Raumes kann »nicht aus den Verhältniſſen der äuſseren Erſcheinung durch Erfahrung erborgt ſein, ſondern dieſe äuſsere Erfahrung iſt nur durch gedachte Vorſtellung allererſt möglich«. Aber gilt nicht daſſelbe auch für jene Anſchauung, aus welcher wir die Wahrheiten der Mathematik und der formalen Logik ableiten? Kant verfährt hier ſehr kurz, indem er aus der Nothwendigkeit der Raumanſchauung ohne Weiteres die apodiktiſche Gewiſsheit aller geometriſchen Grundſätze ableitet. Wie dieſe Apodikticität zu Stande komme, kümmert ihn weiter nicht. Es ſcheint bei ihm der Gedanke zu Grunde zu liegen, daſs mit der Nothwendigkeit des Raumes auch die Nothwendigkeit ſeiner Eigenſchaften gegeben ſei, welche eben durch die Geometrie entwickelt werden. Man kann dies zugeben; gleichwohl bleibt die Entſtehung der bewuſsten Urtheile über die Eigenſchaften des Raumes an einen Proceſs gebunden, welcher demjenigen der Induction ſehr nahe verwandt iſt. Dieſen Proceſs bis auf das Innerſte zu verfolgen, iſt ebenſo nothwendig, als die Eigenſchaften des Raumes mit der Natur unſres Geiſtes in Verbindung zu bringen. Gehen wir alſo auf unſre obige Frage zurück, ſo dürfte es wohl möglich ſein, die ſynthetiſche Natur der Erfahrung aus derjenigen der Anſchauung abzuleiten, da ja in jeder Erfahrung Anſchauung enthalten ſein

---

Bedingung) eben darum ſehr wenig, weil ſie als der Begriff eines Maximum *in concreto* niemals congruent kann gegeben werden.« — So viel als eine allgemeine Erinnerung. Das Weitere in Bezug auf Göring's Kritik muſs hier leider dahingeſtellt bleiben.

mufs. Beides aus einem gemeinfamen Princip abzuleiten, wird nicht wohl angehen, da die Anfchauung allenthalben, wenn auch ohne Bewufstfein des Subjectes, die allgemeinften Principien der Raumformen, und damit indirect aller Erfcheinungen, hergiebt. Infofern ift alfo Erfahrung abhängig von der Anfchauung, allein die Anfchauung felbft bedarf noch der weiteren Erklärung.

Kant überhebt fich diefer Erklärung mit jenem kühnen Griff, welcher der ganzen Vernunftkritik ihr eigenthümliches Gepräge giebt: er poftulirt gegenüber der empirifchen Anfchauung die »reine Anfchauung«, umgeht damit den Boden der Pfychologie und macht die Erkenntnifstheorie zu einer rein metaphyfifchen Wiffenfchaft, welche ihre Lehren aus lauter Poftulaten deducirt. Die empirifche Anfchauung definirt Kant fogar in der Regel fo, dafs fie faft mit der Erfahrung zufammenfällt, indem er in beiden Fällen verlangt, dafs der Gegenftand äufserlich gegeben fei und unfre Sinnlichkeit errege. Aus zahlreichen andern Stellen und dem ganzen Zufammenhang, in welchem von »Anfchauung« die Rede ift, geht jedoch hervor, dafs Kant unter Anfchauung auch die Vorftellung eines Gegenftandes in der Phantafie mit verfteht, und dies ift, fo lange man den pfychologifchen Boden nicht verläfst, von der entfcheidendften Bedeutung. Die Lehrfätze der Geometrie und die Grundzüge der formalen Logik erhalten ihre aprioriſche Geltung ausfchliefslich mit Hülfe der Phantafie, fei es nun, dafs eine Beweisfigur dabei benutzt werde, oder nicht. Denn die gezeichnete Figur ift ja in diefem Falle felbft Product der Phantafie und an ihre Modification in der Phantafie knüpft fich die Vorftellung der Nothwendigkeit und Allgemeinheit der Regel. Dabei kommt es gar nicht darauf an, ob nicht etwa die Leiftungen der Phantafie erft durch äufsere Erfahrung möglich werden. Diefe offene Frage kann man ruhig zukünftigen pfychifchen Forfchungen überlaffen. Auf jeden Fall geht die Phantafie — fo namentlich in der Erforfchung mathematifcher Wahrheiten — weit über die Anregungen der Erfahrung hinaus und verfolgt dabei ftreng die Richtfchnur unabänderlicher Gefetze, welche in nichts Anderem als in der Natur unfrer Raumvorftellung ihren Grund haben können, und welchen deshalb auch die gefammte Erfahrung apriori unterworfen fein mufs.

Kant genügte diefe Ableitung des Apriori nicht, die übrigens ja auch nach unfrer Anficht noch durch eine Unterfuchung über das Wefen der Raumvorftellung ergänzt werden mufs. Er poftu-

lirte die »reine Anſchauung«, wie er die reine Raumform poſtulirte, während er doch ſehr wohl wuſste, daſs die empiriſche Raumvorſtellung niemals ohne die Vorſtellung eines ausgedehnten Gegenſtandes ſein kann.

Was iſt nun dieſe reine Anſchauung? Streng genommen iſt ſie gar keine Anſchauung, ſondern nur die im Gemüthe bereit liegende Form aller Anſchauung. Dieſe »Form« kann nicht ſelbſt wieder »angeſchaut« werden, weil dazu Empfindungsmaterial nöthig wäre; wenn man nicht ein beſondres überſinnliches Anſchauungsvermögen annehmen will. Kant iſt hier andrer Anſicht und will das Unvereinbare vereinigen. Er behauptet, wenn ich von der Vorſtellung eines Körpers alles abſondre, was ſich irgend abſondern läſst, wie Theilbarkeit, Härte, Farbe u. ſ. w., ſo bleibe zuletzt noch übrig Ausdehnung und Geſtalt, und dieſe ſollen nun zur reinen Anſchauung gehören, »die a priori, auch ohne einen wirklichen Gegenſtand der Sinne oder Empfindung als eine bloſse Form der Sinnlichkeit im Gemüthe ſtattfindet«. — Aber kann ich mir wirklich Ausdehnung und Geſtalt eines Körpers vorſtellen ohne Umriſslinien? Und ſind dieſe ohne Empfindung, beziehungsweiſe in der Phantaſie vorgeſtellte Empfindung möglich? — Kant's Erklärer Mellin (Wörterbuch u. »Anſchauung«) nimmt hier die Stadt Magdeburg als Beiſpiel. Wenn ich ſie mir wegdenke, ſo bleibe doch noch der Raum übrig, den ſie eingenommen und die Anſchauung dieſes Raumes ſei eine reine Anſchauung. Man darf hier wohl fragen: Wie iſt denn dieſer Raum in meiner Vorſtellung beſchaffen? Sehe ich an der Stelle, wo Magdeburg ſtand, Aecker und Wieſen, die ruhig dahinflieſsende Elbe in ungeſtörtem Zuſammenhang, als ob hier nie eine Stadt geſtanden? Oder ſehe ich einen dunkeln Fleck von den Umriſſen der Stadt Magdeburg? Im erſteren Falle habe ich keine Anſchauung überhaupt mehr, auch nicht von der Raumform der Stadt Magdeburg, wiewohl der Raum, den ſie eingenommen, in gewiſſem Sinne noch da iſt. Im letzteren Falle habe ich eine empiriſche Anſchauung, denn der dunkle Fleck hat ſeine ihm entſprechende Empfindung, ſo gut, wie vorhin das ausgeführte Bild der Stadt. Die Erſcheinungen, welche ſich an den blinden Fleck auf der Netzhaut knüpfen, können vortrefflich dienen, dies weiter zu illuſtriren. — Die Sache wird um kein Haar anders, wenn man an die Stelle der Stadt Magdeburg die einfachſten mathematiſch begrenzten Körper ſetzt, z. B. einen Würfel

aus Elfenbein. Hier kann man auch den Stoff durch Abſtraction wegſchaffen und die reine Form des Würfels übrig laſſen: man wird ſie doch nie ohne Beimiſchung von Empfindung »anſchauen« können, ſo wenig man ſich überhaupt auch die einfachſte geometriſche Figur vorſtellen kann, ohne daſs die Umriſslinien in der Phantaſie eine etwas andre Färbung annehmen, als der Hintergrund. Damit iſt aber bewieſen, was im Grunde ſchon direct aus Kant's Definition der Anſchauung folgt, daſs alle wirkliche Anſchauung auch empiriſche Anſchauung, und daſs die reine Anſchauung gar keine Anſchauung iſt.

Wir laſſen hier dahingeſtellt, wie dieſe unabweisbare Zurechtſtellung auf die transſcendentale Erörterung des Begriffs vom Raume zurückwirken muſs. Für uns bedürfte es einer reinen Anſchauung nicht mehr, da wir den Grund der Apriorität der mathematiſchen Urtheile ſchon in der empiriſchen finden. Es bleibt jedoch Kant's Poſtulat beſtehen, daſs es für das Zuſtandekommen der empiriſchen Anſchauung einen Grund im Subject geben müſſe; dagegen kann nicht mehr behauptet werden, daſs dieſer Factor die reine Form der Anſchauung im Gegenſatze zur Materie ſei, welche der Empfindung angehöre.

Wir haben geſehen, daſs bei allen Erkenntniſſen apriori, welche ſich auf die unmittelbare Anſchauung in der Phantaſie ſtützen, eine Regel, oder, was hier daſſelbe iſt, ein Begriff, leitend eintritt. Ohne dieſen Begriff würde die Variation der Raumbilder ein leeres, nichts beweiſendes Spiel ſein. Und doch liegt die Beweiskraft in der Anſchauung; ja, der Begriff ſelbſt wird durch die Anſchauung erſt fixirt. Es iſt daher anzunehmen, daſs im Weſen der Anſchauung ein objectiver Factor liege, welcher dem ſubjectiven Apriori entſpricht und daſſelbe beherrſcht. Hinter dem Ueberzeugungsgrunde, den wir in der empiriſchen Anſchauung finden, läge alſo noch ein Realgrund, der zwar nicht »reine Anſchauung«, aber doch ebenſo wenig empiriſche iſt, der ſich zur empiriſchen verhält, wie die allgemeine Urſache zur einzelnen Wirkung, wie eine beharrende und für die ganze Menſchheit gleich geltende Grundlage zu den aus ihr hervorgehenden und verhältniſsmäſsig ſpät entwickelten bewuſsten Erkenntniſſen der einzelnen Menſchen. Man kann dieſen Realgrund nicht deduciren, weil er kein Begriff, ſondern nur eine wie immer geartete Urſache von Begriffen iſt.

Das Raumbild eines Gegenſtandes, z. B. eines Dreiecks, wird

alſo beſtimmt durch den Begriff des Gegenſtandes; dieſer Begriff aber wird erſt gegeben durch die betreffende Anſchauung. Die Art, wie ſich hier Begriff und Anſchauung zu einander verhalten und namentlich die Variation des Raumbildes innerhalb der durch den Begriff gegebenen Regel entſpricht faſt vollſtändig demjenigen, was Kant das Schema und den Schematismus der Begriffe nennt. Dieſe Lehre iſt, wenn man vom transſcendentalen Gebrauch derſelben ganz abſieht, ebenſo richtig als bedeutungsvoll: eine wahre Entdeckung für Logik und Pſychologie zugleich. Noch lange nach Kant haben ſich die Pſychologen vergeblich darüber den Kopf zerbrochen, wenn ſie nicht gedankenlos über die Frage hinweggegangen, was das pſychologiſche Weſen des Begriffs ſein möge, da wir ja doch in unſerem Vorſtellungsleben nichts als einzelne Anſchauungen vorfinden. In Kant's Lehre vom Schematismus der Begriffe hatten ſie die Löſung des Räthſels in der Hand. »Der Begriff vom Hunde«, ſagt Kant ſehr richtig, »bedeutet eine Regel, nach welcher meine Einbildungskraft die Geſtalt eines vierfüſsigen Thieres allgemein verzeichnen kann, ohne auf irgend eine einzige beſondere Geſtalt, die mir die Erfahrung darbietet, oder auch ein jedes mögliche Bild, was ich in concreto darſtellen kann, eingeſchränkt zu ſein.« Kant irrte nur darin, wenn er dieſen Schematismus einſeitig dem Verſtande zuſchrieb, während er offenbar ein Werk der Phantaſie iſt, die in der Production einer Bilderreihe die Regel concret darſtellt, welche in abſtracter Darſtellung, d. h. durch bloſse Worte fixirt, dem Verſtande zugeſchrieben werden mag, ſo weit man ſich überhaupt der Lehre von den getrennten Seelenvermögen bedienen will. In der That iſt der Begriff der Anſchauung immanent; Verſtand und Phantaſie ſind bei der Production des Schemas ein und daſſelbe. Das Schema iſt nicht ein Bindemittel zwiſchen Begriff und Anſchauung, ſondern es iſt die unmittelbare pſychologiſche Erſcheinung des Begriffs.

Die Sprache und die mathematiſchen Zeichen ermöglichen uns, Begriffe ohne Anſchauung aufzuſtellen, d. h. ohne unmittelbar entſprechende Anſchauung, denn in gewiſſem Sinne giebt das Zeichen ſelbſt, deſſen wir uns zur Feſtſtellung ſolcher Begriffe bedienen, ſchon eine Anſchauung und niemals kann dieſe gänzlich fehlen. Anſchauungen ohne Begriff kann es nicht geben, da jede Anſchauung ſich dadurch von einer bloſsen Empfindungsgruppe unterſcheidet, daſs ſie die Anſchauung von Etwas iſt, von einem Ge-

genſtande, deſſen ſprachliche Bezeichnung, wenn ſie auch in den roheſten Naturlauten beſtände, einen Begriff bildet.

Der Begriff des Gegenſtandes, welcher angeſchaut wird, bezeichnet zugleich die Einheit des Mannigfaltigen, welches in der Anſchauung verbunden iſt; ob er aber auch, wie ein beſondrer zur Anſchauung hinzutretender Factor dieſe Einheit erſt ſchafft, iſt keineswegs ſo ſicher, wie Kant annimmt. Dieſer führt für die Verbindung des Mannigfaltigen zu einer Einheit in unſerm Bewuſstſein den äuſserſt folgenreichen Begriff der Syntheſis ein, läſst aber der Anſchauung für ſich nur eine unvollkommne und gleichſam proviſoriſche Syntheſis zukommen. Erſt indem die Spontaneität des Verſtandes zur Receptivität der Sinnlichkeit hinzutritt, alſo durch einen beſondern vom Verſtande ausgehenden Act wird die Syntheſis des Mannigfaltigen in der Anſchauung ſo vollzogen, daſs dieſelbe ſich im Bewuſstſein behaupten kann. Dieſe ganze Annahme iſt wieder unhaltbar, wie die gewaltſame Trennung von Verſtand und Sinnlichkeit überhaupt. Es hilft nichts, wenn man bemerkt, daſs Kant dieſe beiden Elemente der Erkenntniſs nur zum Zwecke der Unterſuchung getrennt habe. Die Trennung wird ſo conſequent durchgeführt und ſo ſehr als Thatſache behandelt, als hätte man ein pſychologiſches Factum vor ſich, was doch keineswegs der Fall iſt. Die Syntheſis dagegen, wenn man davon abſieht, daſs ſie ein Act der Spontaneität des Verſtandes ſein ſoll, iſt allerdings ebenſowohl eine pſychologiſche Thatſache, als auch ein Poſtulat der metaphyſiſchen Erkenntniſstheorie.

Die Syntheſis iſt die einzige pſychologiſche Thatſache, welche keiner Zurückführung auf Phyſiologie oder auf Mechanik der Gehirnatome fähig iſt und welche doch zu jedem Vorgange im Gehirn und Nervenſyſtem hinzutreten muſs, um das mechaniſche Factum zu einem pſychologiſchen werden zu laſſen. Man muſs ſich freilich ſehr wohl hüten, aus dem bloſsen Worte eine Erkenntniſs abzuleiten, die wir nicht haben. Wir wiſſen weder, ob die Syntheſis eine Thathandlung des Verſtandes iſt, wie Kant mit groſser Zuverſicht annahm, noch wiſſen wir, ob ſie eine Lebensäuſserung einer »Seele« als eines vom Körper verſchiednen Subjectes iſt, oder ob ſie vom Mechanismus der Atome in einer für unſre Anſchauung unfaſsbaren Weiſe abhängt. Wir haben an dieſem Ausdruck zunächſt nicht viel mehr, als eine Fixirung der Thatſache, daſs ſich in allen unſern Vorſtellungen Einheit eines

Mannigfaltigen findet, und dafs diefe Einheit irgendwie entftanden fein mufs. Kant nimmt es als eine Art von Axiom an, dafs »unter allen Vorftellungen die Verbindung die einzige ift, die nicht durch Objecte gegeben, fondern nur vom Subjecte felbft verrichtet werden kann, weil fie ein Actus feiner Selbftthätigkeit ift«. Es handelt fich aber zunächft nicht um die Vorftellung, fondern um die Thatfache der Verbindung. Ift diefe einmal gegeben, fo ift durchaus nicht einzufehen, warum die Vorftellung der Verbindung nicht, gleich andern Vorftellungen, auf dem Wege der Erfahrung und der Abftraction in uns entftehen follte. Die Thatfache aber der Verbindung des Mannigfaltigen in der Empfindung zur Einheit einer Vorftellung kann ganz wohl ein Vorgang fein, durch welchen wir, als Subject, erft entftehen. Richtig ift dagegen, dafs fie von der fubjectiven Seite der pfychifchen Erfcheinungen nicht zu trennen ift; denn jeder Uebergang von unbewufsten Eindrücken zu wirklichem Bewufstfein kommt durch Syntheſis zu Stande.

Wenn fonach durch und mit der Syntheſis erft ein Bewufstfein und damit Subjectivität entfteht, fo mufs doch gleichzeitig auch ein Object gefchaffen werden, welches der Gegenftand des Bewufstfeins wird. Dies Object erfcheint dem Bewufstfein als etwas Aeufseres und ihm gegenüber verdichtet fich die Subjectivität allmählig zur Vorftellung eines »Ich«, welches fich vom Object unterfcheidet, während doch diefes feinen ganzen und ausfchliefslichen Inhalt ausmacht. Will man annehmen, dafs das Bewufstfein Eigenfchaft eines befondern Wefens, eines Individuums fei, fo ift kein Zweifel, dafs das Object diefem Individuum fo gut angehöre, wie die Subjectivität. Beides entfteht durch ein und denfelben Act der Syntheſis. Kant lehrt ferner, dafs fämmtliche Vorftellungen, welche durch einen folchen Act der Syntheſis entftehen, nothwendig zu einem und demfelben Bewufstfein gehören müffen, weil fie fonft auseinander fallen und gar nicht mir angehören würden. Ohne irgend etwas Andres über das Ich auszumachen, z. B. ob es Seele, ob Individuum, ob ein Modus nach der Philofophie Spinoza's, ftellt Kant das Eine unbedingt feft, dafs zur Möglichkeit eines dauernden und zufammenhängenden Bewufstfeins die Identität des Ich gehöre, zu welcher alle überhaupt möglichen Erfcheinungen zum Voraus in Beziehung ftehen müffen, um Gegenftand für daffelbe werden zu können.

Auf die reine Apperception und die zahlreichen daran fich

knüpfenden Fragen gehen wir hier nicht näher ein und ſtellen nur die Frage, ob die Verbindung aller Vorſtellungen durch die Einheit der Syntheſis wirklich auf der ſubjectiven Seite der Erkenntniſs und nicht vielmehr auf der objectiven zu Stande kommt? Da die Ich-Vorſtellung urſprünglich ganz leer iſt und ſpäter ſich an die Vorſtellung des eignen Leibes mit ſeinen Empfindungen und Gefühlen anlehnt, ſo muſs die Einheit der Syntheſis in den transſcendentalen Hintergrund des Lebens und der Wirklichkeit verſetzt werden, wo Niemand ſie beobachten kann. Ganz anders, wenn man ſie auf der objectiven Seite der Erkenntniſs ſucht. Hier haben wir das Urbild aller Syntheſis in der Raumvorſtellung anſchaulich vor uns. Die Raumvorſtellung iſt ſtets Vorſtellung eines einheitlichen Ganzen mit geſonderten Theilen. Empfindung und Ausdehnung ſind in ihr unzertrennlich verbunden. Sie umfaſst ſtets den geſammten Inhalt unſrer Anſchauung; der Raum iſt daher bald groſs, bald klein und doch immer ein und derſelbe. Man darf ihn nicht unendlich nennen, weil wir Unendliches gar nicht vorſtellen. Auch hat unſre Raumanſchauung ſtets eine beſtimmte Form, wie beweglich auch die Grenzen ſein mögen. Sobald man etwas jenſeit des Raumes vorſtellen will, iſt der Raum wieder da und ſchlieſst auch dieſes ein, ohne deshalb unendlich zu werden. Aus dieſer Eigenſchaft des Raumes, daſs er ſtets gröſser iſt, als die Summe der Ausdehnung aller angeſchauten Gegenſtände, wird die gedachte Unendlichkeit deſſelben abgeleitet, welche in der Anſchauung nur als ein beſtändiges Wachſen über jedes gegebene Ziel hinaus vorgeſtellt werden kann.

Der Raum iſt ſonach die anſchauliche Form meines Ich mit ſeinem wechſelnden Inhalt; denn auſserhalb des Raumes habe ich weder Anſchauungen noch Vorſtellungen. Das Ich, welches ſich durch Ideenaſſociation an die Erſcheinung des eigenen Leibes anknüpft, iſt nicht das Ich der Erkenntniſs, das Subject zu allen Objecten, denn für dies abſolute Subject iſt auch der eigne Leib, wie jeder Gegenſtand der Anſchauung, Object und Auſsenwelt. Man hat aber den Gegenſatz zwiſchen dem leibhaften Ich und ihm gegenüberſtehenden äuſseren Erſcheinungen in unklarer Weiſe auf das abſolute Ich, welches nur Subject und niemals Object ſein kann, übertragen. Das leibhafte Ich ſteht ſeiner Auſsenwelt ſchroff geſchieden gegenüber, und dieſe Scheidung iſt eine der erſten Grundlagen der Wirklichkeit, in welcher die Auſsenwelt ſchlecht-

hin ein Aeufseres ift und bleibt. Das leibhafte Ich hat fein Inneres mit beftimmtem und mannigfaltigem Inhalt. Die Stimmungen der Mattigkeit oder freudiger Erregung werden empfunden, als ob fie in der Bruft oder im Herzen ihren Sitz hätten. Hunger und Durft, Schmerz und Luft, ja fogar die Spannkraft des eigenen Willens, die Anftrengung des Nachdenkens werden gefühlt und als innere Vorgänge dem Aeufseren entgegengefetzt. Alles dies gefchieht mit Recht, wenn auch unter zahllofen phyfiologifchen und pfychologifchen Mifsverftändniffen, fo lange es fich um das leibhafte Ich handelt, welches der Aufsenwelt — ftreng genommen müfste man fagen, der übrigen Aufsenwelt — gegenüberfteht. Sobald man aber das abfolute Ich ins Auge faft, den fubjectiven Pol der Erkenntnifs, das ewig fich felbft gleiche Etwas, deffen Gegenftand die Gegenftände find, fo fchwindet aller befondere Inhalt. Sein einziger Inhalt ift das grofse Ganze der Aufsenwelt felbft in ihrer räumlichen Erfcheinungsform. Will man auch hier dies als ein Aeufseres bezeichnen und daneben dem erkennenden Ich noch eine innere Erkenntnifs zufchreiben, fo geräth man auf das Gebiet gegenftandlofer Speculationen und willkürlicher Erfindungen. Selbfterkenntnifs kann niemals etwas Andres fein als Erkenntnifs feiner Perfon, wie fie als leibhaftes Ich den übrigen Gegenftänden der Aufsenwelt handelnd und duldend gegenüberfteht. Selbftbewufstfein hat keinen Sinn, aufser dem eines Wiffens um feine eigne, als Object gleich allen andern Objecten erfcheinende Perfon. Das erkennende Ich ift nicht das erkannte. Jenes ift das bleibende Subject zu allen Objecten; diefes ift felbft fchon Object und zwar von Haufe aus, nicht erft durch einen befondern Act der Selbfterkenntnifs. Alle Wahrnehmung unfres »inneren Zuftandes« ift nur Wahrnehmung eines Theiles der Zuftände unfrer empirifchen Perfon und kann gar keinen Inhalt gewinnen, wenn fie fich nicht an körperliche Symptome hält.

Es kann daher, was wir auch an einem andern Orte gezeigt haben, auch keinen »inneren Sinn« geben. Gäbe es aber auch einen folchen, oder wollte man die Wahrnehmung des eignen Zuftandes blofs der Kürze oder der Ueberfichtlichkeit wegen fo bezeichnen, ungeachtet es keine zwei Sinne, fondern nur zweierlei Functionen eines und deffelben Sinnes gäbe, fo würde es damit doch nicht gerechtfertigt fein, diefer nach Innen gewandten Wahrnehmung die Zeit als Erfcheinungsform zuzufchreiben. Die empi-

riſche Wahrnehmung unſres inneren Zuſtandes kann gar nicht in der bloſsen Zeitform vollzogen werden. Wir finden immer eine Mehrheit von Empfindungen gleichzeitig vor, welche nur in Form eines Raumbildes zur Syntheſis gelangen können. Die Volksſprache und die Dichter, welche dieſe Empfindungen ſo treu als möglich wiederzugeben ſuchen, finden das Herz bald leicht, bald ſchwer, bald hart, bald weich u. ſ. w. Der Dichter läſst ſeine Gefühle »durch das Labyrinth der Bruſt« wandeln, oder »es ſchweifen leiſe Schauer wetterleuchtend durch die Bruſt«. Aber vielleicht ſoll im »reinen Denken« die Zeitform ausſchlieſslich hervortreten? Was iſt dies reine Denken? Der nachdenkende Geometer hat ſeine Figuren im Sinn, der Baumeiſter ſeine Pläne, der Feldherr ſeine Marſchordnung — überall Raumbilder. Am Ende bleibt uns nur der Metaphyſiker mit ſeinen Gedanken über nothwendige Undinge; allein auch dieſer kann ſich von den Raumbildern nicht losreiſsen. Die Kategorien ſogar ſetzen, wenn ſie empiriſch gedacht werden ſollen, überall das Vorhandenſein räumlich ausgedehnter Dinge voraus. Will man aber, um das reine Denken zu beobachten, ſyſtematiſch Alles davon abſondern, was zur Empfindung und zur Raumform gehört, ſo beachte man auch, daſs dieſe Art von »Denken« eine reine Abſtraction iſt. Sollte es etwa gelingen, ſie mit irgend einer Formel in die reine Zeitform zu zwingen, ſo iſt damit nichts gewonnen, denn auf das wirkliche Denken, und alſo auch auf die Beobachtung unſres inneren Zuſtandes erleidet eine ſolche Formel gar keine Anwendung.

Kant ſelbſt hat ſehr wohl eingeſehen, daſs der äuſsere Sinn der erſte und urſprüngliche iſt, und das wir innere Erfahrungen nicht vor den äuſseren haben können. Er hat auch eingeſehen, daſs alle unſre empiriſchen Zeitvorſtellungen ſich an Raumvorſtellungen anſchlieſsen. Eine Linie bildet uns die Vorſtellung vom Verlaufe der Zeit. Bewegungen im Raum geben uns Veranlaſſung die Zeit zu meſſen. Sollte man daraus nicht ſchlieſsen, daſs die Zeitvorſtellung neben der Raumvorſtellung überhaupt eine ſecundäre iſt? Daſs Kant gleichwohl die Zeit zu einer reinen Form der Anſchauung erhob, beruht hauptſächlich auf der Erwägung, daſs die unmittelbar gegebenen Anſchauungen der Bewegung und Veränderung nicht ohne Empfindung zu Stande kommen können und alſo empiriſch ſind, während ſie offenbar die der Zeit als reine Anſchauung mit in ſich ſchlieſsen. Wir haben oben gezeigt, daſs auch die

Raumvorſtellung niemals ohne Empfindung und daſs die reine Anſchauung gar keine Anſchauung iſt. Es hindert uns alſo nichts, die unleugbar pſychologiſch urſprüngliche Anſchauung der Bewegung derjenigen des ruhenden Raumbildes zur Seite zu ſetzen, und wenn es auch richtig iſt, wie die Formeln der Mechanik zeigen, daſs die Bewegung auf Elemente des Raumes und der Zeit zurückgeführt werden kann, daher die Zeit hier in der Rechnung als das Einfachere erſcheint, ſo folgt daraus doch noch nicht, daſs ſie Anſchauung oder eine Form der Anſchauung ſei. Die Axiome der Mechanik werden daher auch ſämmtlich aus der Anſchauung eines ſich bewegenden Körpers und nicht aus irgend einer reinen Zeitvorſtellung entnommen. Was Kant ſonſt noch (in der metaph. Erörterung 3) für die aprioriſche Natur der Zeitvorſtellung anführt, daſs aus ihr z. B. das Axiom flieſse, die Zeit habe nur eine Dimenſion, ſo iſt dies angebliche Axiom nicht einmal unbeſtritten, und der Satz, daſs verſchiedne Zeiten nicht zugleich, ſondern nacheinander ſind, iſt ein analytiſcher. Es iſt eben ohne die Anſchauung der Bewegung im Raume durchaus zu keinem die Zeitverhältniſſe betreffenden Axiome zu gelangen.

Mit der Zeit pflegt man die Zahl in engſte Verbindung zu bringen. Nach Kant iſt eine transſcendentale Zeitbeſtimmung im Allgemeinen die Vermittlung zwiſchen der Kategorie und den Erſcheinungen; das reine Schema der Quantität aber ſoll die Zahl ſein, welche erklärt wird als »die Einheit der Syntheſis des Mannigfaltigen einer gleichartigen Anſchauung überhaupt, dadurch, daſs ich die Zeit ſelbſt in der Apprehenſion der Anſchauung erzeuge«. Von einer ſolchen Erzeugung der Zeit (auch ohne gleichzeitige Raumvorſtellung!) wiſſen wir nichts. Empiriſch betrachtet bildet ſich die Zeitvorſtellung neben und aus der Raumvorſtellung verhältniſsmäſsig ſpät, langſam und unſicher; transſcendental betrachtet müſste ſich die Behauptung als ein nothwendiges Poſtulat zur Erklärung der Erfahrung erweiſen. Dies iſt aber wiederum nicht der Fall, da wir Alles, was die Zeit hier leiſten ſoll, weit einfacher und ſicherer aus der Raumvorſtellung ableiten. Schon Baumann hat gezeigt, daſs die Zahl weit beſſer mit der Raumvorſtellung als mit derjenigen der Zeit in Einklang ſtehe. »Sie iſt mit dem Raum zuſammen und überall in ihm, daher die Geometrie auch auf arithmetiſche Ausdrücke gebracht wird.«*) Die älteſten Ausdrücke für

*) Baumann, die Lehren von Raum, Zeit und Mathematik in der neueren Philoſophie, II. Bd. Berlin 1869. S. 658 u. ff.

Zahlwörter bezeichnen, ſo weit wir ihren Sinn kennen, überall Gegenſtände im Raume mit beſtimmten Eigenſchaften, welche der Zahl entſprechen, ſo z. B. Viereckiges der Zahl vier. Wir ſehen daraus auch, daſs die Zahl urſprünglich nicht etwa durch ſyſtematiſches Hinzufügen von Einem zu Einem u. ſ. w. entſteht, ſondern daſs jede der kleineren, dem ſpäter entſtehenden Syſtem zu Grunde liegenden Zahlen durch einen beſonderen Act der Syntheſis der Anſchauungen gebildet wird, worauf dann erſt ſpäterhin die Beziehungen der Zahlen zueinander, die Möglichkeit des Addirens u. ſ. w. erkannt werden.

Die algebraiſchen Axiome beruhen, wie die geometriſchen, auf räumlicher Anſchauung, und da, wo die Mathematiker den Boden der Anſchauung verlaſſen, wie beim Gebrauch der imaginären Zahlen, dienen die conventionellen Zeichen ſelbſt dem Denken als ſinnliche Stütze. Das Recht dieſer Operationen ſtützt ſich zunächſt ſchlechthin auf die Analogie mit den der Anſchauung zugänglichen Rechnungsformen und auf das Vertrauen, daſs eine mit abſoluter Conſequenz durch das Sinnloſe hindurchgeführte Rechnung jederzeit eine ſichere Rückkehr auf den Boden der Wirklichkeit geſtatte, während ſie zugleich erhebliche Vortheile in der Aufſtellung ſchnell zum Ziele führender Formeln darbietet. Das Imaginäre hat ſeine Rechtfertigung nicht in ſich ſelbſt, ſondern in der Art, wie es ſich für das Reelle verwenden läſst, und Baumann hebt (a. a. O.) ganz richtig hervor, daſs dieſe Verwendung urſprünglich ein Experiment war, welches erſt an ſeiner Uebereinſtimmung mit der Wirklichkeit ſeine Rechtfertigung fand. Wichtige Gebiete der neueren Algebra ſind gradezu aus der Beobachtung von Raumbildern hervorgegangen. So namentlich die Combinationslehre, auf deren Reſultaten ſo vieles Weitere ruht. Hier bilden die Buchſtaben, welche in Reih und Glied geſtellt werden, ganz unzweifelhaft die Vertretung von Gegenſtänden überhaupt, und zwar von einzelnen, wie wir in der Logik die Summe beliebiger Gegenſtände durch Kreiſe und Rechtecke dargeſtellt haben. Es iſt der Raumvorſtellung eigen, daſs ſich innerhalb der groſsen, allumfaſſenden Syntheſis des Mannigfaltigen mit Leichtigkeit und Sicherheit kleinere Einheiten der verſchiedenſten Art ausſondern laſſen. Der Raum iſt daher das Urbild nicht nur der continuirlichen, ſondern auch der discreten Gröſsen, und zu dieſen gehört die Zahl, während wir die Zeit kaum anders als Continuum denken können,

Zu den Eigenſchaften des Raumes gehören ferner nicht nur die Verhältniſſe, welche zwiſchen den Linien und Flächen geometriſcher Figuren ſtattfinden, ſondern nicht minder die Verhältniſſe der Ordnung und Stellung discreter Gröſsen. Werden ſolche discrete Gröſsen als unter ſich gleichartig betrachtet und durch einen neuen Act der Syntheſis zuſammengefaſst, ſo entſteht die Zahl als Summe. Werden aber mehrere Claſſen discreter Gröſsen, welche unter ſich verſchieden ſind, von denen aber eine jede eine Menge gleichartiger Gegenſtände enthält, in Beziehung auf die Möglichkeit der Zuſammenordnung dieſer Gegenſtände unterſucht, ſo entſteht die Combinationslehre. Dieſe wird von den Mathematikern unter Anderem auch der Wahrſcheinlichkeitsrechnung zu Grunde gelegt, deren Elemente wir oben aus den Raumbildern des disjunctiven Urtheils ableiteten. In dieſen ſtecken ebenfalls die Elemente der Combinationslehre, aber auf geometriſche Weiſe dargeſtellt, während der gewöhnliche Weg der Mathematiker der arithmetiſche iſt. Erſterer beſitzt den Vorzug gröſserer Anſchaulichkeit, letzterer den der gröſseren Einfachheit und Kürze. Im Uebrigen findet zwiſchen beiden die vollſtändigſte Analogie ſtatt.

Hier wäre denn auch ein Wort an der Stelle über die zahlreichen Verſuche, die formale Logik in algebraiſcher Form darzuſtellen. Der Zug zum Abſtracten, welcher die neueren Mathematiker bis in unſer Jahrhundert hinein einſeitig beherrſchte, muſste namentlich Mathematiker leicht dahin führen, auch die Probleme der Logik womöglich, gleich denen der Geometrie, in ein Rechenexempel aufzulöſen. In dieſem Sinne beſchäftigten ſich Leibnitz und Lambert und in unſerm Jahrhundert beſonders der engliſche Mathematiker Boole mit der algebraiſchen Darſtellung der Logik. Es muſs ohne Zweifel möglich ſein, und Lambert hat dies ſchon eingehend gezeigt, ſich zur Demonſtration der logiſchen Lehrſätze gewiſſer Zeichen von conventioneller Bedeutung zu bedienen, welche denen der Algebra ähnlich ſind, und mit denen nicht nur Begriffe und Begriffsverhältniſſe, ſondern auch gewiſſe Operationen, wie Abſtraction und Determination, ausgedrückt werden. Zwar werden die allgemeinſten Grundwahrheiten der Logik auf dieſem Wege niemals ſo anſchaulich dargeſtellt werden können, als durch die oben angewandten Figuren, denn wenn man z. B. beſtimmt, daſs das Zeichen *a* eine gewiſſe Claſſe von Gegenſtänden bedeuten ſoll, ſo wird die Phantaſie ſich doch dieſe Klaſſe immer erſt wie ein

ausgedehntes aber beſtimmt begrenztes Etwas zu veranſchaulichen ſuchen. Dagegen hat die algebraiſche Form den Vortheil, Verhältniſſe und namentlich Operationen mit Leichtigkeit ausdrücken zu können, deren Darſtellung in Linien theils unmöglich, theils aber ſehr umſtändlich und weitläufig ſein würde. So wird z. B. Abſtraction und Determination in vollkommen genügender Weiſe durch Weglaſſung oder Hinzufügung eines Buchſtaben dargeſtellt, der ohne Bedenken ganz wie ein Coefficient behandelt werden kann, ohne daſs dadurch etwa das algebraiſche Verhältniſs einer Multiplication vorgeſtellt werden ſoll; denn auch für die Algebra iſt die betreffende Bezeichnungsweiſe nur eine ſymboliſche und conventionelle. Man ſieht übrigens, wie durch dieſe Leichtigkeit der Darſtellung unter Verzicht auf gröſsere Anſchaulichkeit die algebraiſche Form ſich vorzüglich für die Logik des Inhalts eignet, während die Logik des Umfangs auch hier nach Raumbildern verlangt. Man könnte dieſelben etwa in folgender Weiſe geben: Der übergeordnete Begriff ſei:

$$B = \boxed{\qquad\qquad}$$

Die Hinzufügung der *differentia ſpecifica* zu B iſt vom Standpunkte der Logik des Umfangs nichts als die Ausſonderung eines Theiles von B (nicht Diviſion, weil die Theile von ſehr ungleichem Umfange ſind). Wir haben alſo:

$$B = \boxed{b'\,\square}, \qquad \boxed{b'} + X = \boxed{B}$$

wo X die Summe der übrigen, b coordinirten Begriffe bedeutet. Es iſt alſo ferner:

$$\boxed{b'} + \boxed{b''} + \boxed{b'''} + \cdots = \boxed{b'\,b''\,b'''\,\square} = \boxed{B}$$

Dieſe Raumbilder genügen, um das Verhältniſs der übergeordneten und untergeordneten Begriffe und alſo die Reſultate von Abſtraction und Determination für den Standpunkt der modernen Logik befriedigend zu veranſchaulichen; denn um das Verhältniſs der Subſtanz zu ihren Accidenzen, um das Problem der Inhärenz der Merkmale im Begriff kümmert ſie ſich wenig. Ihr iſt einfach die Beſtimmung des Oberbegriffs durch die Differenz eine neue Bezeichnung von Gegenſtänden, beſtimmter als die frühere und eben deshalb nur einen Theil des früheren Umfangs umfaſſend; wie

z. B. eine Adreſſe beſtimmter iſt, wenn ſie nicht nur die Stadt, ſondern auch die Straſse angiebt.

Die Leichtigkeit der Bezeichnung von Begriffen und Operationen in algebraiſcher Form muſste natürlich den Gedanken nahe legen, den ganzen logiſchen Inhalt der Sprache in dieſen Formeln auszudrücken und damit eine »*characteriſtica univerſalis*«, wie Leibnitz ſich ausdrückte, eine Begriffsſprache herzuſtellen, die für den Unterrichteten ohne Rückſicht auf die Verſchiedenheit der Sprachen und der Nationen verſtändlich wäre. Leibnitz freilich, der dieſen Gedanken mit ſo groſser Vorliebe hegte, hat uns nur unbrauchbare Notizen und Fragmente hinterlaſſen. Er war viel zu ſehr Metaphyſiker, um den richtigen Ausgangspunkt finden zu können. Er wollte gleich auf eine Feſtſtellung der Stammbegriffe hinaus, aus denen die übrigen Begriffe nach beſtimmten Methoden abgeleitet werden ſollten. So verfiel er in den Fehler des Raymundus Lullus, der mit ſeinen Tabellen und Apparaten für alle möglichen Combinationen der allgemeinſten Begriffe eine ſehr nützliche Arbeit verrichtet haben würde, wenn der Platonismus in der Begriffslehre begründet wäre. Mit der Unmöglichkeit der platoniſchen Lehre von der Stufenleiter der Begriffe werden dieſe Bemühungen zur nutzloſen Spielerei. Sollte eine Paſigraphie in algebraiſchen Formeln jemals zu Stande kommen — wovon die Möglichkeit durchaus nicht zu leugnen iſt — ſo wird man jedenfalls die Stammbegriffe, von denen man ausgeht, im Bereiche des Sinnlichen und Anſchaulichen zu ſuchen haben, und nicht in den höchſten Abſtractionen. — Aber auch bei der Beſchränkung auf das formale Gebiet liegt hier ein Irrthum ſehr nahe; die Meinung nämlich, man könne den ganzen Inhalt der Sprache in ſolchen Formeln ausdrücken. Lambert giebt ſogar in einem ſeiner »Verſuche einer Zeichenkunſt in der Vernunftlehre« eine förmliche Anleitung zur Uebertragung aller ſprachlichen Ausdrücke in die logiſche Zeichenſprache.*) Daſs es dabei zugeht, wie beim Bette des Prokruſtes, verſteht ſich wohl von ſelbſt, und doch hat dies Verfahren inſofern ſeine Berechtigung, als dabei der rein logiſche Hauptinhalt der Sätze herausgegriffen und an Symbole angeknüpft wird, welche keinerlei Zweideutigkeit zulaſſen. Wenn Lambert

*) Lambert's logiſche und philoſophiſche Abhandlungen 1. Bd. Berlin 1782. Vgl. insbeſondre S. 163 u. ff.

meint, mehr brauche man nicht, und der übrige Inhalt der Sprache habe weiter keinen Werth, ſo hat er wiederum vom Standpunkte der reinen logiſchen Analyſe Recht, aber dieſer Standpunkt iſt ein ſehr einſeitiger. Die Sprache iſt aufs innigſte mit dem geſammten Geiſtesleben des Menſchen verflochten. Sie entſteht aus Reflexwirkungen der Anſchauung, unter dem Einfluſſe der Syntheſis als eines ſchaffenden Actes unſres Geiſtes. Die ungeordneten Laute, in welchen der Säugling nur ſpielend ſeine Sprachwerkzeuge übt, treten plötzlich in Verbindung mit einer Regung der Apperception, und im erſten »Da!« »Da!«, welches das Kind mit gleichzeitiger Fixirung eines auffallenden Gegenſtandes ſtammelt, liegt der Keim der ganzen Sprache. Ihren Grundcharakter verliert ſie auch bei der höchſten Ausbildung nicht. In ihr iſt Stimmung, Gefühl, Gedanke, Streben ſtets eng verbunden und alle Analyſe vermag dieſe Elemente nur annährend und unvollkommen zu trennen. Gilt dies auch am meiſten von dem geſprochenen Wort in ſeiner Unmittelbarkeit, ſo bleibt es doch auch der geſchriebenen Sprache eigen. An die Worte knüpfen ſich die Vorſtellungen und jedes Wort hat ſeine Geſchichte. Mag man daher immer behaupten, die Wörter ſeien conventionell, ſo gilt dies doch nur in dem Sinne, daſs durch Anpaſſung, Nachahmung und Autorität Ausdrücke von anfangs beſchränkterem Geltungskreiſe allgemein und national werden, während andere, gleich gut gewachſene, vom Schauplatze verſchwinden; oder ſo, daſs ein Wort von anfangs weiterer Bedeutung durch techniſchen Gebrauch eine beſtimmtere und engere Bedeutung erhält. Dabei bleibt aber in unſern Vorſtellungen die Geſchichte des Wortes, ſein Zuſammenhang mit dem ganzen Kreiſe thatſächlicher Zuſtände unter denen es entſtanden iſt, fort und fort wirkſam. Es iſt daher eine oberflächliche und unzulängliche Auffaſſung der Sprache, wenn Boole (*laws of thought p.* 23) es als etwas rein zufälliges und bedeutungsloſes anſieht, daſs z. B. der Römer denſelben Gegenſtand mit »*civitas*« bezeichne, welchen der Engländer »*state*« nenne. Wie oft ſind nicht ſolche Ausdrücke im Grunde rein unüberſetzbar, wiewohl der abſtracte Begriff der Sache ſich bei beiden Nationen vorfindet. Das Wort, und ihm entſprechend die lebendige Vorſtellung, enthalten eine ganze Welt von Theilvorſtellungen, welche alle aus den thatſächlichen Zuſtänden flieſsen. Ebenſo verhält es ſich mit den Sätzen. Sie ſuchen die Dinge gleichſam im Fluge zu ergreifen und enthalten in ihren

Adverbien, in den Modis ihrer Zeitwörter, ja in der Wortſtellung und der Wahl der Ausdrücke eine ſolche Fülle von Nebenbeziehungen, daſs dieſe oft genug an Bedeutung den logiſchen Kern des Satzes in ſeiner ſchlichten Einfachheit überwiegen. Grade dieſe Eigenſchaften aber, welche die Sprache ſo wenig geeignet machen zu ſcharfem Gedankenausdruck zu dienen, ſind für die allgemeine Entwicklung des Menſchengeiſtes von der höchſten Wichtigkeit. Nicht nur Poeſie und Rhetorik hängen daran, ſondern auch die ganze Fruchtbarkeit des wiſſenſchaftlichen Denkens. Die Sprache nöthigt uns, auf das natürliche Vorſtellen zurückzugehen, welches mitten aus einem Gebiete reichſter Beziehungen nach allen Seiten hervorwächſt. Zudem ſcheint es eine Eigenthümlichkeit der Syntheſis zu ſein, daſs ſie ſtets aus dem Geſammtzuſtande unſres Geiſtes hervorgeht, daher z. B. einſichtsvolle Beobachter ſchon bemerkt haben, daſs eine kräftige Phantaſie eine ſehr weſentliche Bedingung erfolgreichen wiſſenſchaftlichen Denkens ſei. Es handelt ſich mit einem Worte um die Productivität des Geiſtes, die an den freien Gebrauch der Sprache gebunden ſcheint, während die exacte Logik eine nicht minder wichtige Rolle erfüllt, indem ſie durch Aufhebung des Irrthums die Erweiterung unſrer Erkenntniſs indirect fördert.

Auf zwei ſehr verſchiedenen Wegen hat man verſucht, Sprache und Logik in Einklang zu bringen. Den erſten groſsartigen Verſuch unternahmen die Logiker des ſpäteren Mittelalters, mit denen im Princip die von Ueberweg nach dem Vorgange Becker's und Trendelenburg's eingeſchlagene Richtung übereinſtimmt. Hier wird verſucht, Alles in der Sprache logiſch zu analyſiren, und für jeden Caſus, jeden Modus, jedes Formwort, Hülfszeitwort u. ſ. w. eine exacte Formel zu finden, mit deren Hülfe dieſe Modificationen der Rede in die logiſche Analyſe aufgenommen werden können. Der andre Weg iſt der eben beſchriebene, welcher Alles in der Sprache als nutzlos und ſtörend bei Seite wirft, was ſich nicht in eine Gleichung zwiſchen Subject und Prädicat bringen läſst. Dieſer zweite Weg hat den Vortheil der Ausführbarkeit, während beiden eine gleiche Verkennung des Weſens der Sprache zu Grunde liegt. Durch eine exacte Zeichenſprache ſchafft ſich der Logiker ein neues, rein verſtandesmäſsiges Mittel des Gedankenausdrucks. Daſſelbe entbehrt aller Vorzüge der Sprache für das geiſtige Leben überhaupt, iſt aber auch frei von allen ihren Nachtheilen in Be-

ziehung auf präciſes, von allen Zweideutigkeiten freies Urtheilen. Ihre Mittel ſind die kleinen, beweglichen, ſtreng conventionellen Raumbilder der Buchſtaben und der Operationszeichen. Durch τάξις und θέσις derſelben im Raume wird eine unabſehbare Fülle ſtreng mit einander zuſammenhängender Ausdrücke ermöglicht, und es iſt eine Grundeigenſchaft unſrer Erkenntniſs, daſs jeder ſtreng conſequente Gebrauch ſolcher Zeichen durch alle Wandlungen der Identitätsausdrücke hindurch wieder zu ſtreng richtigen, direct oder indirect anwendbaren Formeln führt. Daher haben auch dieſe Bemühungen eine Zukunft. Wenn ſchon bei ſo viel Willkürlichem und zum Theil Sonderbaren, wie wir es z. B. bei Boole finden, dennoch alle Probleme der logiſchen Technik nicht nur im Ganzen richtig, ſondern auch in weit gröſserer Allgemeinheit und Strenge gelöſt werden, als in unſern gewöhnlichen Handbüchern, ſo wird man ſich der Einſicht nicht verſchlieſsen können, daſs durch Verbeſſerungen in den Grundlagen des Syſtems allmählig eine logiſche Zeichenſprache geſchaffen werden kann, welche für den Zweck ſtrenger Analyſe unſrer gewöhnlichen Wortlogik weit überlegen iſt.

So ſehen wir alſo überall den Raum als Urſprung alles Aprioriſchen. Die Raumvorſtellung des Ausgedehnten und der Figur, der Ordnung und Stellung des Einzelnen in einem Ganzen zeigt uns eine unendliche Fülle von Eigenſchaften und Aequivalenten, die alle unter ſich und mit gewiſſen Grundwahrheiten aufs Strengſte zuſammenhängen. Was ſich, ſei es auch nur durch conventionelle oder willkürliche Annahme, eng an dieſe Elemente der Raumvorſtellung anſchlieſsen läſst, kann in der wiſſenſchaftlichen Form der Nothwendigkeit entwickelt werden. Dahin gehören aber vor allen Dingen die Lehren der Logik von Gegenſtänden überhaupt und die Lehre von Gröſsen und von Summen gleicher Einheiten, bei denen von Allem mit Ausnahme der meſsbaren und zählbaren Verhältniſſe abgeſehen wird. Daſs es ſich mit den Zeitgröſsen ebenſo verhält, geht ſchon daraus hervor, daſs die Zeit für uns nur eine aus dem Raumbilde der Bewegung auf einer Linie abgeleitete Vorſtellung iſt.

Wir entnehmen hieraus, daſs den einfachen Grundlagen der Logik und der Mathematik nicht nur eine relative, ſondern eine abſolute Nothwendigkeit beiwohnen müſſe, wiewohl wir dieſelben gleich allen andern Erkenntniſſen auf inductivem Wege, und

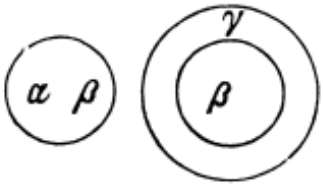
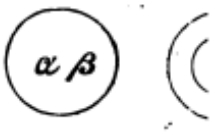
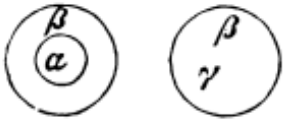
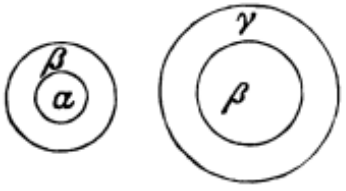
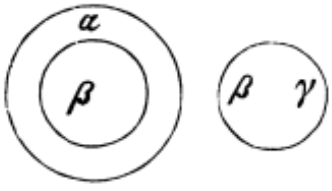
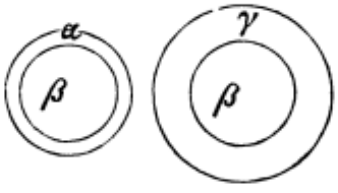
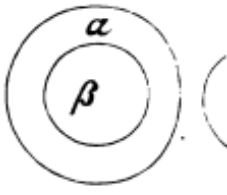
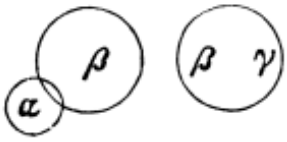
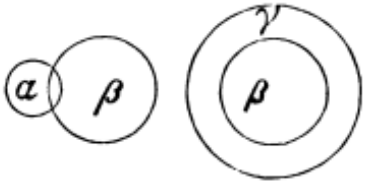
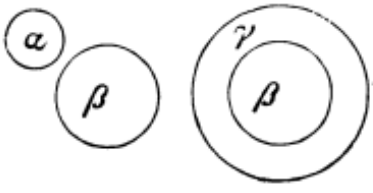
nicht ohne die Möglichkeit vorübergehenden Irrthums, gewinnen. Da ſie die ſtrenge Richtigkeit aller Erkenntniſs überhaupt verbürgen, ſo müſſen ſie die Grundlage der Richtigkeit, der abſoluten Geltung ſelbſt ſein, und dies iſt nicht anders möglich, als dadurch, daſs ſie die Grundlage unſerer intellectuellen Organiſation ſind, daſs die Geſetzmäſsigkeit, welche wir an ihnen bewundern, aus uns ſelbſt ſtammt; freilich nicht aus der Region unſres empiriſchen Bewuſstſeins, ſondern aus der unbewuſsten Grundlage unſer ſelbſt, ſammt allen Erſcheinungen, aus denen unſre Welt beſteht. Das Apriori geht alſo für uns nicht aus dem Subject hervor, ſondern aus dem Object, denn der Raum iſt die Form aller Objecte, wiewohl er aus uns ſelbſt ſtammt.

Es möchte hier ſcheinen, als ſeien wir ganz auf dem Wege Fichte's, allein wir ſind nur auf dem Punkte angelangt, wo Fichte abirrte. Ein »Ich«, welches das »Nichtich« ſetzt, kennen wir nicht und können wir auch nicht poſtuliren. Aber ebenſo wenig kennen wir ein »Ich«, welches ſich ſelbſt ſetzt. Das empiriſche Ich entſteht durch eine Reihe nicht ſehr ſchwer zu verfolgender pſychologiſcher Proceſſe im engſten Anſchluſſe an die Vorſtellung des eignen Körpers. Das transſcendentale Ich iſt nichts andres als der völlig unbekannte Gegenpol der Objectivität in der Wahrnehmung. Für dieſes Ich iſt das empiriſche ebenfalls nur Object und alſo Erſcheinung. Aber Erſcheinung iſt Alles, was wir überhaupt haben; darüber hinaus können wir nur vermuthen oder poſtuliren. Die Welt der Erſcheinungen iſt die Welt unſrer Wirklichkeit und nach Ausbildung des empiriſchen Ich iſt das Object in dieſer Erſcheinungswelt nicht mehr unſer eignes Weſen, ſondern etwas Fremdes, Aeuſseres, unſerem empiriſchen Ich Gegenüberſtehendes. So wird auch der Raum uns ſcheinbar fremd und äuſserlich, während wir doch in ſeinen Eigenſchaften die Norm unſrer Verſtandesfunctionen fanden, der wir ſubjectiven Urſprung zuſchreiben muſsten, wegen der unbedingten Allgemeinheit und Nothwendigkeit ihrer Regeln.

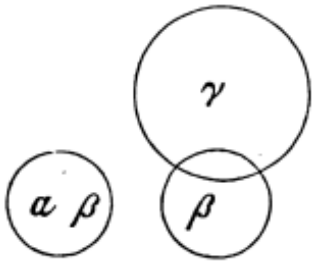
Aber die Raumvorſtellung iſt zugleich auch, wie wir geſehen haben, das Urbild aller Syntheſis. In ihr haben wir die Einheit des Mannigfaltigen anſchaulich vor uns. In ihr finden wir die Anſchauung zu den Begriffen des Zuſammenhangs und der Trennung, der Aequivalenz und der Verhältniſſe eines Ganzen zu ſeinen Theilen, eines Dinges zu ſeinen Eigenſchaften. Es iſt daher nur eine nothwendige Schluſsfolgerung, wenn wir in der Raumvor-

ſtellung auch den Urſprung der Kategorien finden, da es ja ein reines, anſchauungsloſes Denken ohnehin nicht giebt und nicht geben kann.

So zeigt ſich uns die Raumvorſtellung mit ihren für unſern Verſtand conſtitutiven Eigenſchaften als die bleibende und beſtimmende Urform unſres geiſtigen Weſens, als das wahre objective Gegenbild unſres transſcendentalen Ich. Dieſes letztere freilich wird uns dadurch um nichts bekannter. Es bleibt das gänzlich unbeſtimmte und unbeſtimmbare X, von deſſen Exiſtenz wir nicht einmal poſitiv urtheilen können. Alle Erkenntniſs, ſobald wir ſie haben, iſt ſchon Object. Das Subject, der verborgene Strahlungspunkt dieſer ſich um uns ausdehnenden Welt, iſt nichts als eine nothwendige Vorausſetzung. Hier hat die dichtende Speculation einen weiten Tummelplatz. Es liegt nahe, das transſcendentale Ich, welches ja unſerm Denken allgemein gültige Geſetze vorſchreibt, als ein Allgemeines zu faſſen, ähnlich wie die Averroiſten den Nous, der als ein und daſſelbe Weſen in alle Menſchenſeelen eindringt. Von hier aus öffnet ſich eine weite Bahn, die wir jedoch nicht betreten wollen. Es genüge gezeigt zu haben, daſs die Logik nirgend ſonſt feſten Boden findet, als in den Geſetzen, welche aus der Betrachtung des Raumes und der Bewegung im Raume hervorgehn.

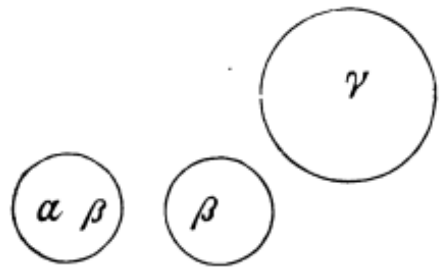
	a	b	c
a			
	$\alpha : \gamma$ nur **a**	nur **b**	nur **c**
b			
	$\alpha : \gamma$ nur **b**	nur **b**	**alle Möglichk**
c			
	$\alpha : \gamma$ nur **c**	entweder **a** oder **b, c, d**	nur **c**
d			
	$\alpha : \gamma$ nur **d**	entweder **b** oder **d**	entweder **c** oder **d** o
e			
	$\alpha : \gamma$ nur **e**	entweder **b** oder **d** oder **e**	nur **e**

d

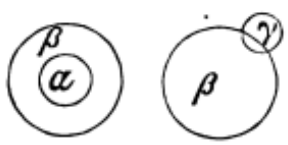


nur **d**

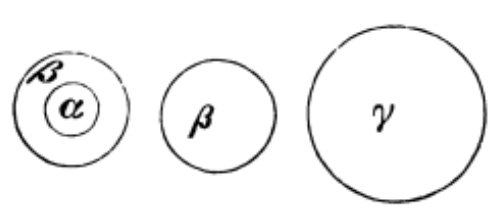
e



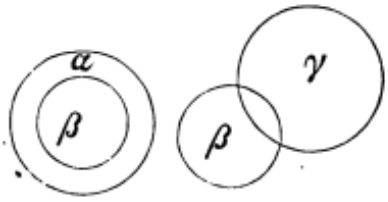
nur **e**



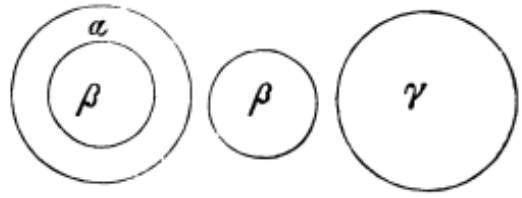
hkeiten entweder **b** oder **d** oder **e**



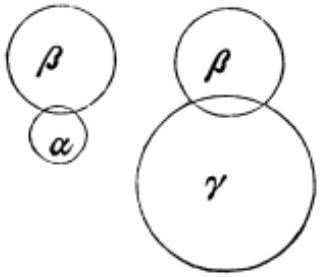
nur **e**



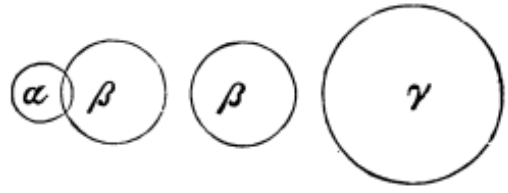
entweder **c** oder **d**



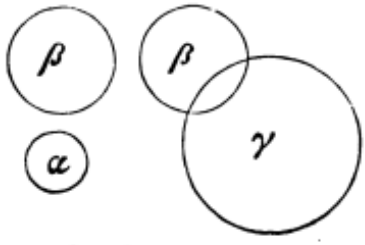
entweder **c** oder **d** oder **e**



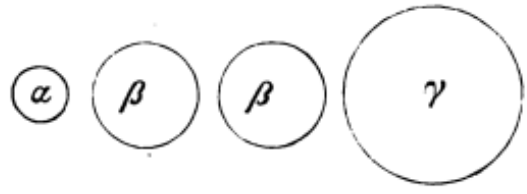
oder **e** **alle Möglichkeiten**



entweder **c** oder **d** oder **e**



entweder **b** oder **d** oder **e**



alle Möglichkeiten.